

RED TELEFÓNICA DE GUIPÚZCOA

MEDIDAS ELÉCTRICAS Y MECÁNICAS

TEORÍA, DESCRIPCIÓN DE APARATOS
E INSTRUCCIONES PARA SU USO

POR EL INGENIERO DIRECTOR DE LA RED

D. IGNACIO M.^a ECHAIDE



1924

Imprenta de Rafael Ybáñez de Aldecoa
BURGOS

PRÓLOGO

—♦—

Con varios inconvenientes tropieza el electricista que se dedica a realizar medidas en su ramo:

Hallarse *diseminadas* en diversos lugares de los textos las teorías que son ya harto complejas.

Ser *incompletas* estas teorías, que rara vez hacen referencia a corrientes alternas no sinusoidales o de alta frecuencia.

Describirse con *demasiada generalidad* los aparatos, no fijándose los límites de sus medidas, límites de error, detalles de construcción, etc.

Carecer de esquemas reales de dichos aparatos, pues, en general, los textos sólo traen los teóricos o reducidos.

Dificultad, por tanto, *de referir el aparato al esquema teórico*.

Exceso de métodos descritos en algunos textos, siendo así que, en la práctica, de pocos se hace uso.

Carencia de detalles sobre la manera de operar y de esas indicaciones que sólo se adquieren con prolongada experiencia.

A remediar tales inconvenientes y facilitar las operaciones de medición, en especial a los encargados del laboratorio de medidas de la Red Provincial, se encamina esta obra.

Dios quiera que el éxito corresponda a los buenos deseos de

El Autor

PUBLICACIONES DE LA RED TELEFÓNICA DE GUIPÚZCOA

APUNTES SOBRE TELEFONÍA, por el Ingeniero Director de la Red, D. Ignacio María Echaide. Folleto de 86 págs. en tamaño 15 x 22 cm., con 96 figuras. San Sebastián, marzo de 1921. Imprenta de la Diputación de Guipúzcoa. Precio: 3 pesetas.

ESTADÍSTICA Y BREVES APUNTES HISTÓRICOS DE LA RED TELEFÓNICA DE GUIPÚZCOA. Folleto de 40 págs. en tamaño 16 x 21'5 cm., con un plano. San Sebastián, enero de 1922. Imprenta de la Diputación de Guipúzcoa. (Agotado).

DESCRIPCIÓN, HISTORIA Y ESTADÍSTICA DE LA RED TELEFÓNICA DE GUIPÚZCOA, por el Ingeniero Director D. Ignacio María Echaide. DESCRIPTION HISTORIQUE ET STATISTIQUE DU RÉSEAU DES TÉLÉPHONES EN GUIPÚZCOA, par Monsieur Ignacio María Echaide-Ingenieur Directeur. Folleto en dos idiomas, de 40 págs., en tamaño 17 x 24 centímetros, con seis fotografados y un plano. 1923. Imprenta de Marqués y Compañía, Villafranca de Oria. (Para reparto gratuito).

MEMORIAS relativas al resultado de los diversos ejercicios, a partir del año 1912. (Algunas de estas MEMORIAS se hallan agotadas).

REGLAMENTO ORGÁNICO, REGLAMENTO DE RÉGIMEN INTERIOR, INSTRUCCIONES DE CONTABILIDAD, DISPOSICIONES PARA EL SERVICIO DE TRANSMISIÓN Y COMUNICACIONES, DISPOSICIONES DEL SERVICIO RADIOTELEGRÁFICO, DISPOSICIONES PARA EL SERVICIO DE LAS OFICINAS DE LA SECCIÓN DE EXPLOTACIÓN, PROGRAMAS PARA EXÁMENES DE APTITUD DE TELEFONISTAS, PROGRAMAS PARA EJERCICIOS DE OPOSICIÓN A PLAZAS DE 2.^a CATEGORÍA, PROGRAMAS PARA EJERCICIOS DE OPOSICIÓN A PLAZAS DE 1.^a CATEGORÍA, PROGRAMAS PARA EJERCICIOS DE OPOSICIÓN A PLAZAS PARA ESCRIBIENTES, etc.

OBRAS DE CARÁCTER CIENTÍFICO, DEL MISMO AUTOR

De Ingeniería:

EL INGENIERO INDUSTRIAL Y LA TAQUIMETRÍA.—Estudio completo sobre levantamiento de planos con taquímetro. Boletín de los alumnos de la Escuela Central de Ingenieros industriales. Madrid. Números 9, 10 y 11 de julio, agosto y septiembre de 1916.

LOS CÁLCULOS ECONÓMICOS EN LA TÉCNICA INDUSTRIAL.—Método del autor y su aplicación al cálculo de una línea de conducción de energía eléctrica. Boletín citado, n.º 19, mayo 1917.

APUNTES SOBRE TELEFONÍA.—Véase la página anterior.

Filológicas:

SUBFIJACIÓN, PREFIJACIÓN Y COMPOSICIÓN EN EL IDIOMA EÚSKARO.—Un tomo en 4.º de 142 páginas. San Sebastián, Baroja e Hijos, 1911. Precio: 2,50 ptas.

TRATADO DE SINTÁXIS DEL IDIOMA EÚSKARO.—Un tomo en 4.º de 144 páginas. San Sebastián, Baroja e Hijos, 1912. Precio: 2'50 ptas.

EL VERBO VASCONGADO.—Un tomo de 236 páginas en tamaño 17 x 24 cm. San Sebastián, Imprenta de San Ignacio de Loyola, 1923.—Precio: 8 ptas.

APARATOS DE MEDIDA DE LA RED TELEFÓNICA DE GUIPÚZCOA

♦ ♦ ♦

CAPÍTULO I

Galvanómetros

Sensibilidad característica de los galvanómetros; teoría.—Galvanómetro extrasensible, de consola y de sensibilidad media.—Aplicación de estos galvanómetros a la medida de resistencias de aislamiento; graduación del galvanómetro; marcha de la operación; precauciones.—Galvanómetro de baja sensibilidad.—Idem de estudiante.—Shunt universal; teoría y descripción.

1. **Teoría.**—Los galvanómetros son del tipo llamado *Deprez D'Arsonval*. El campo inductor está constituido por un fuerte imán permanente; el inducido, recorrido por la corriente que hay que medir, es una bobina giratoria.

La sensibilidad extraordinaria de estos aparatos estriba en la gran intensidad del campo inductor; los electrodinamómetros no son adecuados para medida de pequeñas intensidades, porque siendo el campo inductor producido por la misma corriente, es tan débil como ésta.

Otra ventaja ofrecen los galvanómetros de imán y es que las lecturas son proporcionales a la desviación, al paso que en los electrodinamómetros lo son a la raíz cuadrada. En cambio el galvanómetro no puede medir la corriente alterna y el electrodinamómetro sí; pero los electrodinamómetros no pueden tampoco medir indistintamente corrientes de diversas frecuencias; de esto hablaremos más adelante.

Examinemos ahora brevemente la teoría de los aparatos de imán.

Supongamos (Fig. 1) que en el campo uniforme producido por un imán colocamos una bobina *ab* rectangular de altura *l* y ancho *d*, en

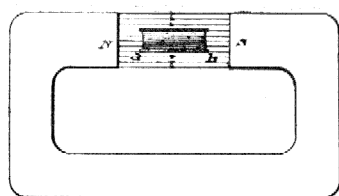


Fig. 1

la que se han arrollado n vueltas de hilo conductor. La acción elemental de un campo de intensidad H sobre un elemento de corriente es (adoptando el sistema electromagnético de unidades):

$$dF = i.ds.H.\text{sen}(H,ds)$$

siendo dF la fuerza elemental, i la intensidad de la corriente y (H,ds) el ángulo de la dirección de la corriente con la dirección de la intensidad (fig. 2). La fuerza es normal al plano formado por H y ds y su dirección se determina por la conocida regla de los tres dedos.

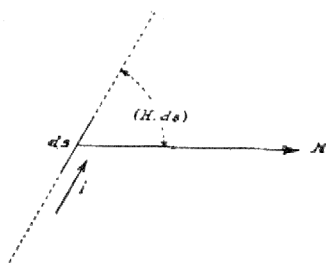


Fig. 2

En nuestro caso, para los lados verticales de la bobina

$$\text{sen}(H,ds) = 1$$

y para los horizontales

$$\text{sen}(H,ds) = 0$$

Sólo producirán, pues, efecto los lados verticales ⁽¹⁾; la fuerza desarrollada por uno de éstos, en dirección normal al plano que determinan la intensidad de campo y la corriente, tiene por valor

$$F = nliH$$

(1) Cuando la bobina está en posición no paralela a las líneas de fuerza del campo magnético, los lados horizontales ejercen acción, pero el par a ellas debido es nulo, pues las partes simétricas con relación al eje de giro, ejercen acciones iguales y opuestas.

Cuando el cuadro está en la posición que indica la figura 1, o sea paralelo a la intensidad del campo, esta fuerza produce un par

$$Fd = nldiH$$

llamando d al ancho de la bobina.

Si la bobina formase un ángulo α con las líneas de fuerza (fig. 3), la fuerza F normal al campo

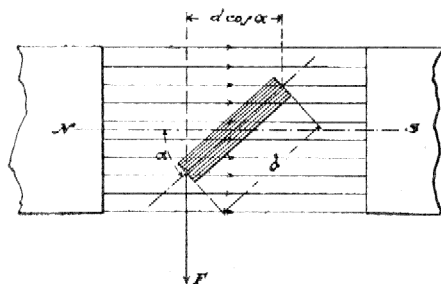


Fig. 3

sería también

$$F = nliH^{(1)}$$

pero el valor del par sería

$$F.d \cos \alpha = nldiH \cos \alpha$$

Ahora bien; este par debe de ser equilibrado por el par de torsión de un hilo o de un resorte, que es proporcional al ángulo, luego

$$nldiH \cos \alpha = k \alpha$$

$$i = \frac{k}{nldH} \frac{\alpha}{\cos \alpha} = K \frac{\alpha}{\cos \alpha}$$

Vemos, pues, que, por no ser siempre el plano de la bobina perpendicular al campo, no es i proporcional a la desviación α . Para obviar este inconveniente se pone un núcleo fijo de hierro que concentre el campo en la forma que se ve en la figura 4. La bobina gira en el espacio que queda entre las piezas polares y el núcleo. De

(1) No se tienen en cuenta los lados horizontales de la bobina que, como se ha hecho observar, producen un par nulo,

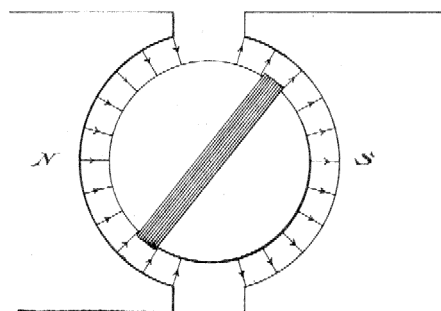


Fig. 4

esta manera el campo es siempre normal a la bobina y se tiene

$$i = K \alpha$$

2. **Galvanómetro extrasensible.**—Se trata de un galvanómetro de espejo móvil, construido por *Hartmann & Braun*, de Francfort sur Mein, que se puede disponer para efectuar medidas balísticas (núm. 535 a IV del catálogo de Hartmann & Braun). No nos ocuparemos aquí de éstas, pues siendo su principal aplicación el medir capacidades, resultan preferibles y mucho más cómodos otros procedimientos basados en las propiedades de corrientes alternas.

Uno de los detalles interesantes de este aparato es la escala y el

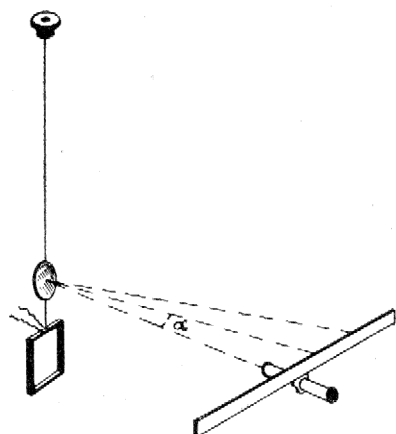


Fig. 5



Fig. 6

anteojo. El espejo móvil refleja en cada instante sobre el anteojo un punto de la escala correspondiente al doble del ángulo de des-

viación α de la bobina (Fig. 5). Se duplica, pues, el ángulo de desviación y como, por añadidura, la distancia del anteojo al espejo es considerable (51,5 cm. como máximo en nuestro aparato) para un insignificante movimiento del espejo se obtienen recorridos considerables en la escala. En la figura 6 se ve de frente la escala con su anteojo en el centro. La figura 7 representa el conjunto del aparato. Dentro del tubo T va un largo hilo metálico cuya torsión forma el par resistente. De este hilo cuelgan el espejo y la bobina.

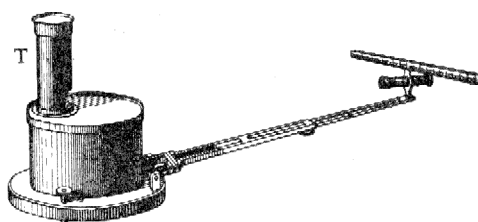


Fig. 7

La sensibilidad, según catálogo, es de 1 mm. de la escala por 0,000.000.001.4 amperios con la escala a 50 cm. del espejo.

Esta extraordinaria sensibilidad constituye uno de los mayores inconvenientes para el manejo. Es necesario aislar el aparato de toda trepidación; precisa al efecto montarlo sobre una tabla sostenida por palomillas fijas en pared maestra. El contacto de un dedo en un punto del circuito produce derivaciones a tierra suficientes para ser acusadas por el aparato; el calor de la mano basta para producir un par termoelectrónico apreciable. Finalmente, tarda mucho en quedar el espejo en posición. Es, pues, un aparato poco a propósito para medidas industriales y se usa de tarde en tarde.

3. **Galvanómetro de consola.**—Se trata de un aparato construido por la casa *Carpentier*, de París, (cuadro modelo E, hilo de suspensión plano núm. 2, resistencia 200 ohmios). Es, como todos, del tipo *Deprez-D'Arsonval*, y con espejo. Según catálogo, 1 mm. de desviación a 50 cm. del espejo equivale a 0,000.000.002.4 amperios. Es, pues, de suyo, de mitad sensibilidad próximamente que el anterior. Pero este inconveniente se compensa por hacerse la lectura próximamente a doble distancia (un metro) del espejo.

Está dispuesto el aparato en la forma siguiente (Fig. 8): Una lámpara eléctrica L, encerrada en una linterna negra, lanza sus rayos sobre un espejo giratorio E, después de lo cual, atraviesan una lente

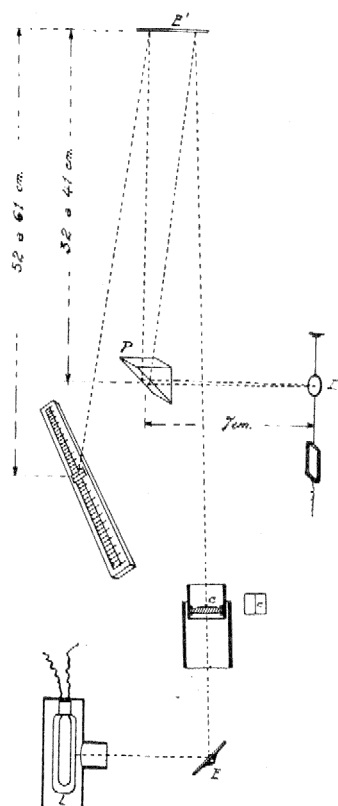


Fig. 8

y más tarde una abertura de sección cuadrada, cruzada por una cerda *c*. Refléjanse los rayos luminosos en un espejo superior *E'* e inciden sobre un prisma *P* de reflexión total, de donde van al espejo *E''* del galvanómetro; de aquí retroceden al prisma, vuelven al espejo superior y de aquí a una escala en celuloide traslúcida donde se dibuja la imagen de la abertura cuadrada y la cerda. Estas abertura y cerda están situadas junto con la lente en un tubo móvil *t*, para que según se varía la situación de *E'* (que puede correrse en 9 cm.) puedan también correrse y producir siempre imagen nítida en la escala.

De las distancias anotadas en la figura se deduce que del espejo del galvanómetro a la escala hay un recorrido de

$$7 + 32 + 52 = 91$$

a $7 + 41 + 61 = 109$ cms.

según la posición del espejo *E'*.

4. **Galvanómetro de sensibilidad media.**—Es de la casa *Hartmann & Braun* (número 536 *b* del catálogo) y de análoga construcción al extrasensible, salvo que en vez de espejo lleva aguja (lectura directa) y que no puede usarse como balístico. Su sensibilidad es de 0,000.000.1 amperios por división, según catálogo.

Es un aparato sumamente práctico y en casos ordinarios puede funcionar encima de cualquier mesa.

5. **Medidas de resistencia de aislamiento.**—Una de las aplicaciones más interesantes de este y de los anteriores galvanómetros, es la medida de resistencias de aislamiento muy elevadas y que no pueden ser determinadas por el puente Wheatstone. La medida se practica aplicando un voltaje determinado y midiendo la intensidad de la corriente. Se tiene así

$$r = \frac{v}{i}$$

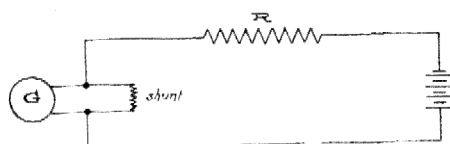


Fig. 9

Ante todo es preciso graduar con exactitud el galvanómetro, no contentándose con las indicaciones del catálogo sobre su sensibilidad. La operación se hace aplicándole un voltaje conocido, con una resistencia en serie; puede también ser necesario un shunt (Fig. 9). Conviene hacer muchas experiencias, lo más variadas posibles y que afecten unas a pocas y otras a muchas divisiones de la escala; los resultados deben ser tanto más concordantes cuanto mayor escrupulo se haya puesto en eliminar las causas de error.

Ejemplos de experiencias para graduar el galvanómetro

1.º Voltaje aplicado, 1'5 voltios. Resistencia en serie 500.000 ohmios. (No hay porqué tener en cuenta la del galvanómetro que resulta despreciable). La corriente establecida será

$$\frac{1,5}{500000} = 0,000003 \text{ amperios}$$

Si el galvanómetro marca 30 divisiones, cada división representará

$$\frac{0,000003}{30} = 0,0000001 \text{ amperios}$$

2.º Voltaje 3 voltios; se shunta el galvanómetro con una resistencia que reduzca las indicaciones al 1/10 (luego se explicará el manejo del shunt). Resistencia en serie 300.000 ohmios. La intensidad que recorrerá el galvanómetro será

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{3}{300000} = 0,000001 \text{ amperios}$$

Para que la observación concuerde con la anterior, el galvanómetro tiene que marcar 10 divisiones.

3.º Voltaje 15 voltios. Shunt reduciendo al 1/1000. Resistencia en serie 30.000 ohmios. La intensidad en el galvanómetro será

$$\frac{1}{1000} \cdot \frac{15}{30000} = 0,000002 \text{ amperios}$$

La aguja debe desviarse 20 divisiones. Etc.

Examinemos ahora, a título de ejemplo, uno de los casos más difíciles que pueden presentarse, pues, conocido éste, con mayor facilidad se pueden resolver los demás. Sea el de un conductor bajo caucho cuya resistencia en la longitud de la muestra alcanza a ser de varios miles de megaohmios. Tal es el caso de los conductores que ofrecen resistencia kilométrica de 600 megaohmios; suponiendo que la muestra a ensayar tenga 100 m. de longitud, la resistencia a medir será de 6.000 megaohmios.

El rollo que se ha de ensayar se sumerge en agua (Fig. 10) y se dejan fuera los dos extremos en una longitud de 2 metros. Como estos extremos no pueden sostenerse solos en el aire, es preciso suspenderlos. A este fin, se fijan en dos paredes opuestas dos grandes aisladores de forma polea *a a* y entre ellos se tira un conductor

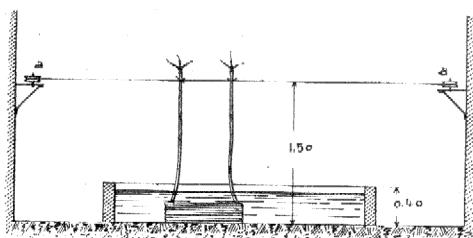


Fig. 10

fornado cuyo aislamiento sea superior a 600 megaohmios por kilómetro y en este conductor se sujetan con liz los hilos. Por encima del conductor de sujeción se separan los conductores del cable (si es que tiene varios) en una longitud de unos 20

cm. y se pone al descubierto el cobre en cada uno de ellos en una longitud de unos 5 cm. Los extremos fuera del agua conviene que estén secos (si el aislamiento es de caucho natural o vulcanizado y el ambiente no es muy húmedo, esta medida no es siempre muy necesaria) y esto se consigue frotándolos varias veces con un trapo bien caliente. La precaución que aconseja Gerard en su obra de medidas eléctricas de arrollar un hilo de cobre desnudo alrededor del aislamiento de los extremos y unirlo al borne primero del galvanómetro, es innecesaria en la mayor parte de los casos cuando se procede con cuidado y únicamente puede servir para descubrir algún error, como indicaremos más adelante. El esquema de la instalación es como indica la fig. 11.

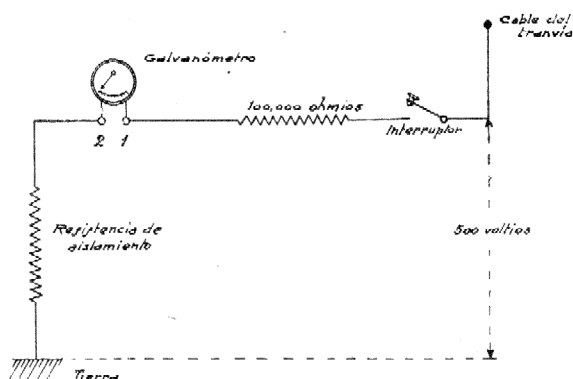


Fig. 11

La resistencia de 100.000 ohmios, tiene por objeto evitar que se pueda quemar el galvanómetro y se produzca un cortocircuito de

consecuencias desagradables si el cable objeto de ensayo tuviese algún defecto o por un descuido se produjese un contacto a tierra.

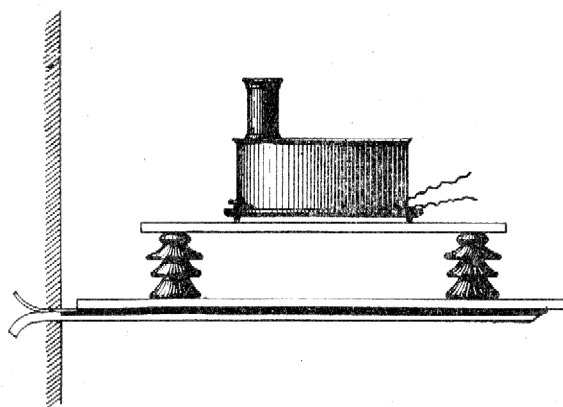


Fig. 12

tomarlo del cable de un tranvía con tal de que mientras duren las pruebas no haya servicio, pues la menor variación de voltaje las hace imposibles.

Con el galvanómetro de sensibilidad media se necesita un voltaje elevado para hacer estos ensayos y resulta cómodo, como se indica en la figura,

Dada la pequeñez de las desviaciones que hay que observar (si se usa el galvanómetro de sensibilidad media), es conveniente que el galvanómetro se coloque sobre una tabla sostenida por dos hierros empotrados en pared maestra, a fin de evitar las trepidaciones. Además debe estar admirablemente aislado y su resistencia de aislamiento debe ser de un orden muy superior a la que se trata de medir. Puede, por ejemplo, colocarse en una tabla sobre cuatro aisladores de alta tensión (Fig. 12). Los hilos que llegan a los bornes del galvanómetro no deben tocar a la tabla ni a los aisladores que la sostienen; durante las pruebas se abstendrá de tocar con la mano el galvanómetro y la tabla que lo sostiene.

El conductor que parte del segundo borne del galvanómetro al extremo del cable, debe ser forrado, con aislamiento de 600 megaohmios por kilómetro y colocado sobre aisladores. Caso de ponerse el hilo que aconseja Gerard, no son necesarias con él tantas precauciones. Las vueltas de hilo desnudo alrededor del aislante del extremo deben ir bien prietas y se montan en la forma que indica la figura 13.

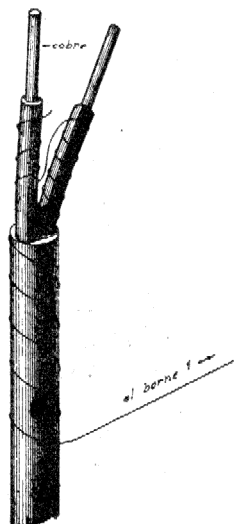


Fig. 13

Como explica Gerard, dicho hilo tiene por objeto, el que no afecte al galvanómetro la derivación que pueda establecerse del extremo del cable al agua por la superficie del mismo.

El voltaje debe ser, como hemos dicho, absolutamente constante, pues sinó las cargas y descargas del condensador que forman el cable y el agua hacen imposible la experiencia.

Al principio de ésta, la aguja del galvanómetro sube rápidamente por la corriente de carga. Tarda en ir a su posición definitiva de dos a quince minutos. Es muy práctico usar en estas experiencias un cuenta segundos.

Hay que tener mucho cuidado, como ya hemos advertido, de no tocar con la mano ni el galvanómetro ni la tabla que lo sostiene, pues, la aguja subiría rápidamente. Tampoco se debe tocar el hilo que parte del borne segundo.

Antes de comenzar las experiencias, hay que hacer la prueba en vacío, esto es, hallándose todo el montaje hecho, pero sin empalmar el hilo que parte del borne 2 al cable, aunque cerca de él. Se ve la desviación que da, que varía entre 0 y 3 divisiones (para nuestro galvanómetro de sensibilidad media) según la humedad reinante.

LABORATORIO DE LA RED PROVINCIAL



Vitrinas de aparatos

LABORATORIO DE LA RED PROVINCIAL



Vitrinas de aparatos

También aquí hay corriente de carga y hay que esperar unos dos minutos a que la aguja tome su posición definitiva. Si el tiempo es muy húmedo puede ser tan grande la desviación en vacío, que imposibilite las experiencias. La desviación en vacío nunca conviene que pase de una división (para el citado galvanómetro) pues, como varía bastante durante el curso de las experiencias, se podrían obtener grandes errores. Conviene repetir la prueba en vacío cada quince minutos.

Nunca está de más repetir las pruebas de un mismo rollo con un cierto intervalo de tiempo y ver si el resultado es el mismo. Si un mismo rollo da resultados diferentes en dos pruebas, el mínimo es siempre el más próximo a la verdad (estando bien el galvanómetro) pues, el aislamiento puede resultar ser menor del real por falta de precauciones en la experiencia, pero nunca mayor.

Puede, sin embargo, ocurrir tal vez lo contrario en el caso en que se use el hilo de precaución que recomienda Gerard, si el aislamiento del extremo donde se aplica éste estuviera muy deteriorado, pues entonces este hilo de precaución haría de shunt del galvanómetro y disminuiría el valor de la desviación.

6. Galvanómetro de baja sensibilidad.—Posee la Red uno de la casa americana *Weston*. Es de aguja y su sensibilidad, según catálogo, de 0,000.002 amperios por división. El par de torsión lo da un resorte.

7. Galvanómetro de estudiante.—El par de torsión lo da también un resorte y es asimismo de la casa americana *Weston*. Su sensibilidad, según catálogo, es de una división de la escala por 18 microamperios. Se puede trabajar muy bien con él en el puente Wheatstone para medidas de un ohmio en adelante. Es aparato de precio muy reducido; unas 80 pesetas.

8. Shunt.—Dada la gran sensibilidad de los galvanómetros, se comprende que el uso del shunt ha de ser muy frecuente.

El más usado es el shunt llamado universal. La figura 14 representa el shunt universal del laboratorio de la Red.

En 6 hay de ordinario puesta una clavija. A y B son los bornes de la línea entre los cuales hay que intercalar el galvanómetro shuntado.

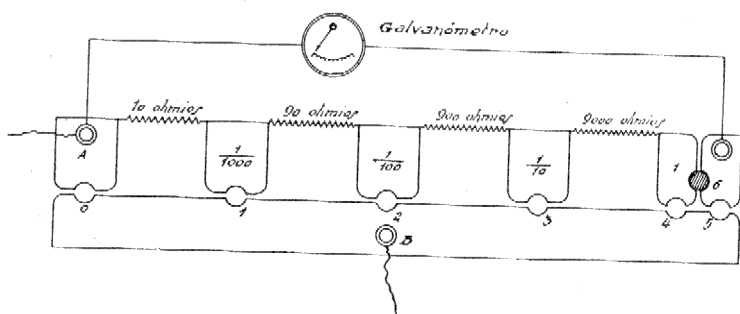


Fig. 14.

Si la segunda clavija se pone en 0, queda en cortocircuito el galvanómetro. Si se pone en 1, el shunt es de 10 ohmios, y en serie con el galvanómetro quedan

$$90 + 900 + 9000 \text{ ohmios.}$$

Como la conductancia entre A y B (prescindiendo de la resistencia del galvanómetro que, en general, es despreciable en frente de 9990 ohmios) es de

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{9990} \text{ ohmios}$$

y por tanto la parte de corriente derivada al galvanómetro, dividida por la total, será

$$\frac{\frac{1}{9990}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{9990}} = \frac{1}{1000}$$

De modo análogo, la clavija colocada en 2 dará una proporción de 1 a 100; en 3 de 1 a 10 y en 4 de 1 a 1, puesto que la proporción de corriente que pase a través de los 10.000 ohmios será insignificante. También para esta proporción puede usarse una clavija colocada en 5, retirando la 6, en cuyo caso no hay derivación alguna.

CAPÍTULO II

Puentes

Teoría del puente sencillo y del doble.—Puente de manillas circulares construido por Ericsson.
—Puente doble construido por Hartmann.—Medidas fundadas por el método del puente;
distancia a un cruce de hilos; distancia a un contacto a tierra.

9. **Teoría.** — En la figura 15 puede verse el esquema del puente sencillo o de Wheatstone. x es la resistencia que hay que medir; a y b las resistencias llamadas de proporción y c la de comparación. Cuando el galvanómetro no acusa desviación, la diferencia de potencial entre los puntos m y n es nula. Llamando i_1 e i_2 a las intensidades en las dos ramas del puente:

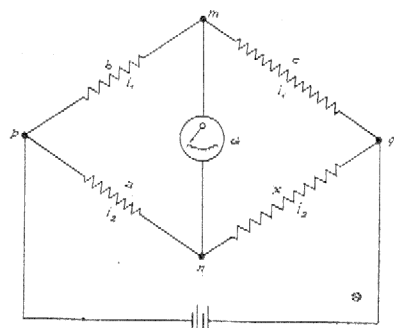


Fig. 15

$$\left. \begin{array}{l} a \cdot i_2 = b \cdot i_1 \\ c \cdot i_1 = x \cdot i_2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{i_1}{i_2} \\ \frac{x}{c} = \frac{i_1}{i_2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{x}{c} \\ b = \frac{a}{c} \end{array} \right. \quad \text{,,} \quad x = c \frac{a}{b}$$

La resistencia de comparación c puede variar de ohmio en ohmio; las a y b son tales que sólo permiten unas cuantas relaciones como 1/100, 1/10, 1, 10, 100. Con este puente se usa el galvanómetro de sensibilidad media o baja, o el de estudiante.

Pero este método del puente de Wheatstone resulta inaplicable a la medida de resistencias pequeñas, porque, aunque teóricamente puede el puente apreciar 1/1000 de ohmio, las resistencias de los contactos de sujeción de la resistencia x son de un orden tan importante como la resistencia a medir. Para obviar este inconveniente se recurre al puente doble o de Lord Kelvin.

El esquema de este puente se ve en la figura 16.

Cuando por el galvanómetro no circula corriente, se verifica

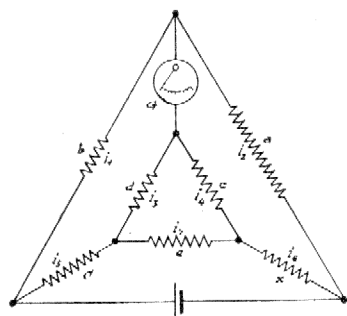


Fig. 16

$$\left. \begin{aligned} b \cdot i_1 &= C \cdot i_5 + d \cdot i_3 \\ a \cdot i_2 &= x \cdot i_6 + c \cdot i_4 \\ i_1 &= i_2 \\ i_5 &= i_6 \\ i_3 &= i_4 \end{aligned} \right\} \text{ Sistema de}$$

ecuaciones que equivale a

$$\left\{ \begin{aligned} b i_1 &= C i_5 + d i_3 \\ a i_2 &= x i_6 + c i_4 \end{aligned} \right. \text{ Si además hacemos que } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ se tendrá}$$

$$\left\{ \begin{aligned} b i_1 &= C i_5 + \frac{b}{a} c i_3 \\ a i_2 &= x i_6 + c i_4 \end{aligned} \right.$$

o bien

$$\left\{ \begin{aligned} a i_1 &= \frac{a}{b} C i_5 + c i_3 \\ a i_2 &= x i_6 + c i_4 \end{aligned} \right.$$

y restando

$$\frac{a}{b} C = x$$

Llegamos, pues, finalmente a

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{x}{C}$$

$$x = C \frac{a}{b}$$

Para que en este puente las resistencias de los contactos no tengan influencia, basta disponerlo en la forma indicada en la figura 17. AD es un hilo calibrado que forma la resistencia de comparación. EF la muestra que hay que medir, v. gr. una barra de cobre de corta longitud; *m*, *n* los contactos sobre C; *p* y *q* los contactos sobre *x* y *r*, *s*, mordazas con que se sujeta la muestra. Se ve desde luego que las resistencias de contacto *m* y *n* se suman a las *c* y *a* y las *p* y *q* a

las d y b . En la práctica m coincide siempre con A .

La batería de pilas debe ser fuerte y montada siempre en cantidad, pues las resistencias DA , Ar y rs son muy pequeñas. El galvanómetro usado es, cuando menos, el de sensibilidad media.

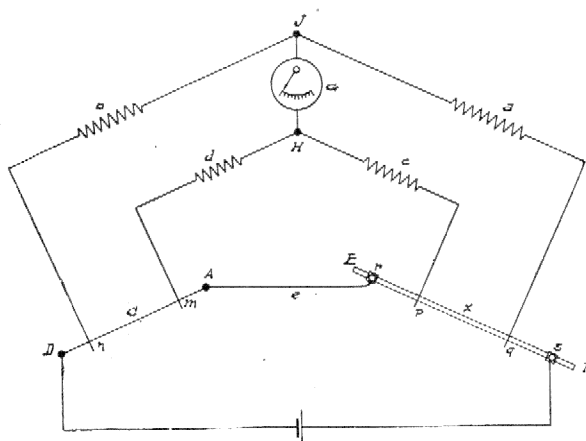


Fig. 17

10. **Puente Wheatstone construido por Ericsson.**—Es de los llamados de manillas circulares. Puede verse su esquema en la figura 18. Los puntos m , n , p y q de este esquema, corresponden exactamente con los de la figura 15.

Como se ve, con este puente pueden medirse resistencias hasta $9999 \times 100 = 999900$ ohmios.

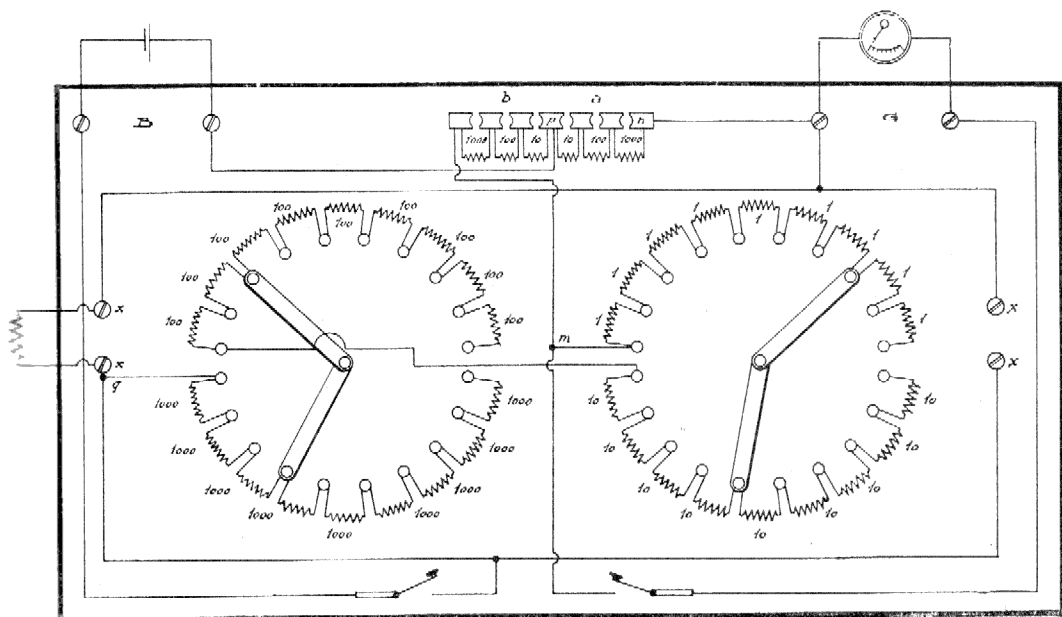


Fig. 18

11. **Puente doble de Lord Kelvin construido por Hatmann.**— Puede verse en la figura 19. La muestra *X* que hay que ensayar se sujeta entre las mordazas *r* y *s*; estas mordazas se pueden des-

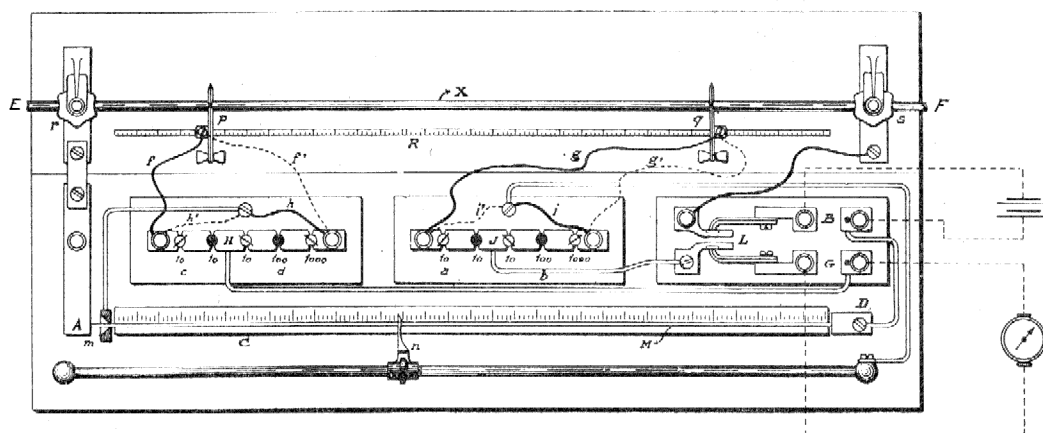


Fig. 19

plazar según la longitud de la muestra. *p* y *q* son los contactos sobre la muestra, cuya distancia marca una regla graduada *R*. *M* es el hilo calibrado, y *n* el contacto sobre el mismo; la lectura de su escala va en ohmios. *L* es una llave que no debe estar cerrada más que en el momento preciso para que no trabajen inútilmente ni estén expuestos a peligros la batería y el galvanómetro; por otro lado, si la batería actuase constantemente se calentaría la muestra objeto de ensayo, variando su resistencia. Los cordones *f*, *g*, *h* e *i* pueden estar en esta posición o en la *f'* *g'* *h'* e *i'* si se quiere invertir la relación de proporción (pasar v. gr. de 1 : 100 a 1 : $\frac{1}{100}$). Las letras de esta figura corresponden exactamente con las de la figura 17, que es el esquema reducido del mismo puente.

12. **Medidas fundadas en el método del puente.**—Son muchas las mediciones fundadas en el método del puente. En punto a líneas, son las más interesantes las que permiten determinar la distancia a que se halla una avería, bien cruce o bien derivación a tierra.

En el caso de cruce se monta el puente en la forma indicada en la figura 20; *d* es la resistencia conocida de otro hilo *mn* que va por los mismos postes, o de un hilo llamado *piloto* que se tiende por en-

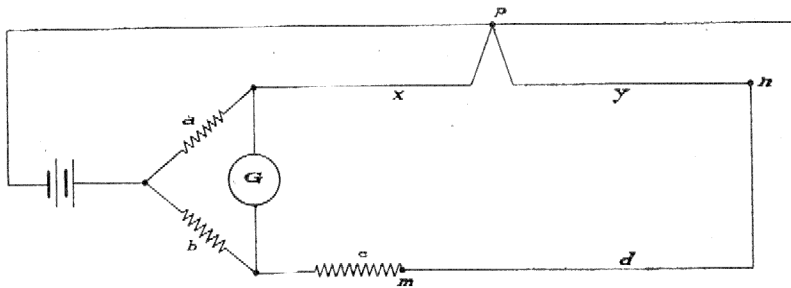


Fig. 20

cima de las calles cuando el cruce es dentro de un cable subterráneo. Podemos establecer las ecuaciones:

$$\begin{aligned} a \cdot (c + d + y) &= bx \\ x + y &= A \end{aligned}$$

donde A es una cantidad conocida. El contacto del cruce en p en general suele ser malo, pero no influye en la medida. Las anteriores ecuaciones dan

$$\begin{aligned} a \cdot (c + d + A - x) &= bx \\ x &= \frac{a(c + d + A)}{a + b} \end{aligned}$$

Para el caso de contacto a tierra se emplea el montaje de la figura 21.

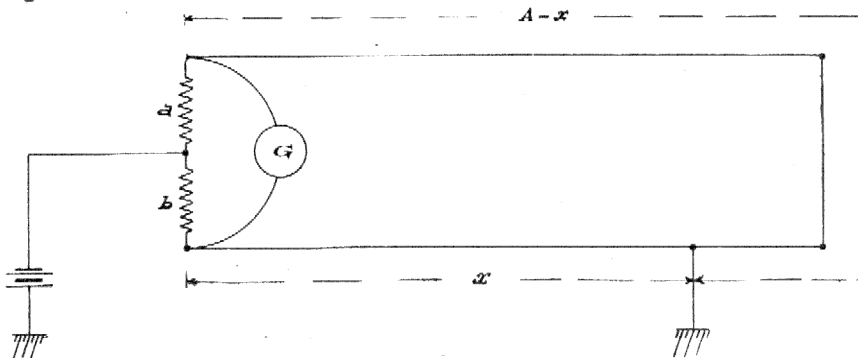


Fig. 21

A es la resistencia total del circuito, que debe ser conocida

$$\begin{aligned} a \cdot x &= (A - x) b \\ x &= \frac{Ab}{a + b} \end{aligned}$$

No influyen para nada la resistencia del contacto ni la de la tierra.

CAPÍTULO III

Voltímetros y amperímetros de corriente continua

Amperímetro «Richard».—Ohmetro «Richard».—Voltímetro de precisión Allocchio, Bacchini.—
Amperímetro de paletas; variante con lámina circular.— Amperímetro-voltímetro de inmersión.

13. **Amperímetro «Richard».**—Es un amperímetro de tipo industrial construido por la casa *Jules Richard, de París*. Está hecho para trabajar con un shunt determinado que se vende con el mismo aparato y en tal caso la lectura es en centésimas de amperio, de 0 a 1 amperio. Clasificado científicamente, es un galvanómetro Deprez-D'Arsonval en que el par resistente lo dan dos resortes, uno superior y otro inferior.

14. **Ohmetro «Richard».**—Consta de un galvanómetro Deprez-D'Arsonval con dos graduaciones; la primera en voltios, de 0 a 250; la segunda en megaohmios, de 0 a 50.

Una magneto produce corriente alterna a pequeña tensión (Figura 22). La toma de corriente se hace en el eje por medio del contacto *a* y en el platillo *b* unido al otro extremo del inducido, por medio de una escobilla; de aquí va la corriente alterna a los bornes *m* y *n* del primario de un transformador que eleva la tensión. El secundario tiene el borne *n'* común con el *n* y por tanto con el eje de la magneto. El *m'* va a un platillo *c*. Existe finalmente un platillo *d* dividido en dos sectores, uno de los cuales está unido al eje y el otro al platillo *c*; en el platillo *d* se recoge por medio de dos escobillas la corriente enderezada.

La manera de trabajar con este aparato es la siguiente: Se conecta en los terminales que dicen «óhmetro» la resistencia que hay que medir; se mantiene oprimido el botón *p* y se acciona la magneto, aumentando la velocidad hasta que el galvanómetro acuse 230 voltios. Entonces se abandona el botón *p* quedando intercalada X en el circuito; la indicación de la aguja en ohmios es la resistencia que se desea conocer.

El aparato sirve también como voltímetro de corriente continua, aplicando la fuerza electromotriz que se desea medir a los terminales que dicen «voltímetro».

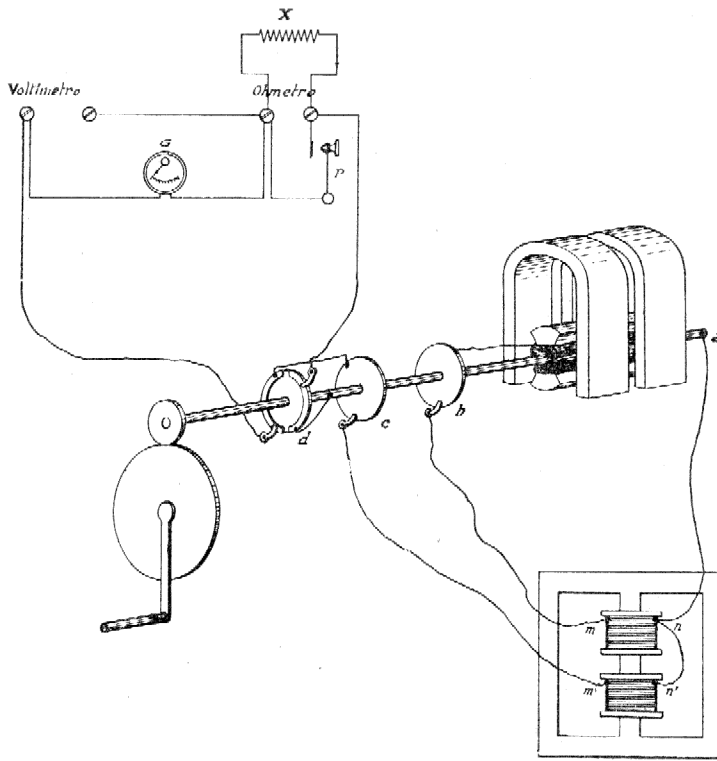


Fig. 22

15. **Voltmetro de precisión Allocchio, Bacchini & C. (Milán-Italia).**—Es un galvanómetro Deprez de lectura directa con graduaciones de 0-0,150, 0-1,5 y 0-15 voltios. Además mediante resistencias adicionales, pueden hacerse lecturas 0-30, 0-75, 0-150, 0-300 y 0-600 voltios.

16. **Amperímetro de bolsillo.**—Es del tipo llamado de paletas, con lectura de 0 a 15 amperios. Consiste el tipo de paletas en una bobina B (Fig. 23) recorrida por la corriente que se trata de medir. Las paletas P y P' de hierro dulce se imantan en el mismo sentido y, por tanto, se repelen, tanto más, cuanto más intensa es la corriente que se mide. Claro está que la repulsión es inversamente proporcional al cuadrado de las distancias; para que se haga notar menos el rápido descenso de la fuerza repulsiva, la posición inicial de P' está bastante alejada de P. Pero aún se puede regu-

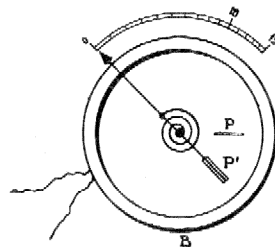


Fig. 23

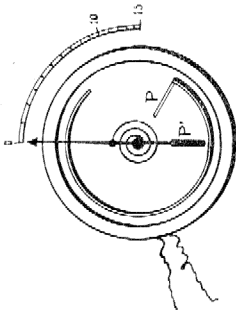


Fig. 24

larizar más la graduación por un procedimiento adoptado precisamente en el aparato de propiedad de la Red. Consiste en disponer P en forma circular (Fig. 24) y haciendo que el ancho de la lámina P vaya disminuyendo, en la forma que se ve en la figura 25. De este modo se consigue que la graduación sea más uniforme. En efecto; en la posición inicial el efecto repulsivo del comienzo del imán circular está contrarrestado por el de la parte posterior; a medida que avanza la aguja, disminuye la repulsión de la parte anterior, pero

disminuye también la de la posterior por ir bajando la altura del cilindro.

Estos aparatos por carecer de imanes permanentes se desgradúan poco con el tiempo; pero sus indicaciones no son muy exactas, en ocasiones, a causa del magnetismo remanente. Marcan indistintamente cualquiera que sea el sentido de la corriente.

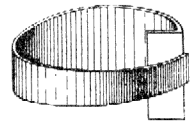


Fig. 25

17. **Amperímetro-voltímetro de bolsillo.**—Marca Columbia; es de los llamados de inmersión. Consta (Fig. 26) de un arco de hierro dulce a , equilibrado por un contrapeso p , que se embute en el nú-

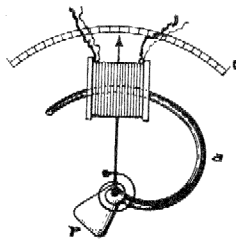


Fig. 26

cleo de un carrete recorrido por la corriente; la atracción es equilibrada por un resorte. El carrete lleva dos arrollamientos; uno grueso para trabajar como amperímetro y otro fino para voltímetro.

CAPÍTULO IV

Voltímetros, amperímetros y vatímetros para corriente alterna y continua

Teoría del electrodinamómetro. Medidas con corriente continua de voltajes, intensidades y potencias.—Idem con corrientes alternas sinusoidales. Idem con corrientes no sinusoidales.—Electrodinamómetros de la Red.—Aparato demostrativo.—Pirimiliamperímetro.—Aplicación a la medida de corrientes telefónicas.—Sirena para obtener sonido de intensidad y altura constante. Condiciones que deben exigirse a los amperímetros y voltímetros.—Pruebas de estos aparatos.

18. Teoría del electrodinamómetro.—Consiste el electrodinamómetro, en dos bobinas que se inducen mutuamente, una fija y otra móvil, recorridas por la misma o por diferentes corrientes, en fase o defasadas.

Pasemos a examinar su teoría.

Sabemos que en el sistema de unidades de medida electromagnético, el potencial magnético en un punto determinado debido a una corriente cerrada viene dado por

$$V = - i \omega$$

siendo i la corriente y ω el ángulo sólido bajo el cual se ve el contorno de la corriente desde el punto en cuestión. La intensidad de campo es

$$H = - \frac{dV}{dl} = i \frac{d\omega}{dl}$$

siendo l la dirección de la intensidad de campo.

Sea, por ejemplo, una corriente circular de diámetro R . La intensidad en un punto P de su eje vendrá dada por (Fig. 27)

$$H = i \frac{d\omega}{dD}$$

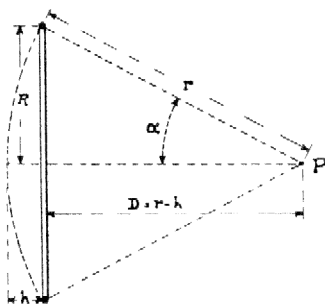


Fig. 27

Pero
$$\omega = \frac{\text{área del casquete}}{r^2} = \frac{2\pi r h}{r^2}$$

y
$$D = r - h = r \cos \alpha \quad h = r(1 - \cos \alpha)$$

$$\omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$$

$$H = 2\pi i \frac{d(1 - \cos \alpha)}{dD}$$

pero
$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha = \frac{D}{r} \\ D^2 + R^2 = r^2 \end{array} \right\} \quad \cos \alpha = \frac{D}{\sqrt{D^2 + R^2}} = D (D^2 + R^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{d(1 - \cos \alpha)}{dD} = -(D^2 + R^2)^{-\frac{1}{2}} + D^2 (D^2 + R^2)^{-\frac{3}{2}} = \frac{-R^2}{(D^2 + R^2)^{-\frac{3}{2}}}$$

$$H = -2\pi i \frac{R^2}{(D^2 + R^2)^{-\frac{3}{2}}}$$

y si D fuese igual a cero, o sea, en el plano de la corriente:

$$H = -\frac{2\pi i}{R}$$

Si en vez de tratarse de una sola espira, fuese n suficientemente próximas para ser consideradas como una sola, las expresiones anteriores de H había que multiplicar por n .

La figura 28 representa la distribución de líneas equipotenciales y de fuerza (estas últimas son las que llevan flecha) debidas a una corriente circular cuya sección se ve en corte. La intensidad de campo en cada punto se puede apreciar porque es directamente proporcional a la densidad de líneas de fuerza e inversamente proporcional a la se-

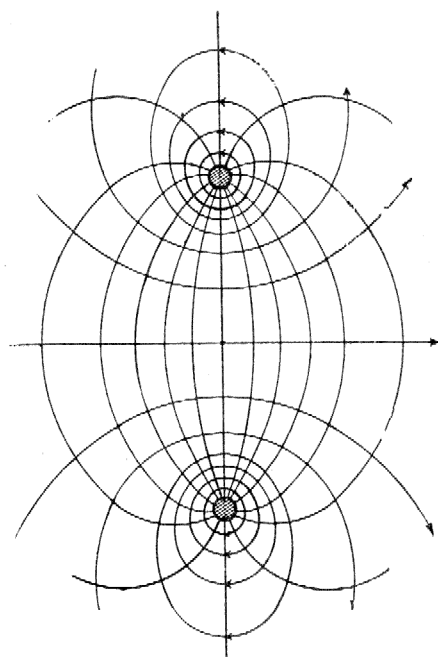


Fig. 28

paración de las líneas equipotenciales. Como se ve, hacia el centro de la espira hay una región en que sin gran error se puede considerar el campo uniforme.

Supongamos ahora que en la parte uniforme del campo producido por una bobina de n_1 espiras y atravesada por una corriente i_1 y cuya intensidad es

$$H = - \frac{2\pi n_1 i_1}{R}$$

colocamos una bobina que, para mayor comodidad, supondremos rectangular, cuyos lados paralelos al eje de rotación son de longitud l , siendo n_2 el número de espiras e i_2 la corriente que la atraviesa. Según se ha explicado en el Capítulo I, el par de esta bobina será

$$n_2 l d i_2 H \cos \alpha$$

siendo d el ancho de la bobina y α el ángulo de su plano con las líneas de fuerza (en la posición de origen las bobinas forman ángulo recto). Como el par resistente es proporcional al ángulo de desviación, tenemos en definitiva

$$\frac{2\pi n_1 i_1}{R} n_2 l d i_2 \cos \alpha = k \alpha$$

o bien

$$i_1 i_2 = K \frac{\alpha}{\cos \alpha}$$

Hemos prescindido en este cálculo del par debido al magnetismo terrestre, que, en ocasiones puede tener importancia.

Si el electrodinamómetro es de los que funcionan volviendo la bobina móvil a la posición inicial (perpendicular a la bobina fija) y leyendo luego la torsión del hilo de suspensión de un tambor graduado, se tiene para los efectos del par electrodinámico $\cos \alpha = 1$ y por tanto

$$i_1 i_2 = K \beta$$

siendo aquí β el ángulo de torsión.

Pero esta disposición no es cómoda y sobre todo es imposible de adoptar en aparatos de lectura directa. Para estos se empieza por poner la posición inicial de la bobina móvil no perpendicular a la fija, sino de tal modo que quede perpendicular en la posición media de la escala (fig. 29). De este modo el valor máximo de α se reduce y la influencia de $\cos \alpha$ queda notablemente disminuída. Pero de todos mo-

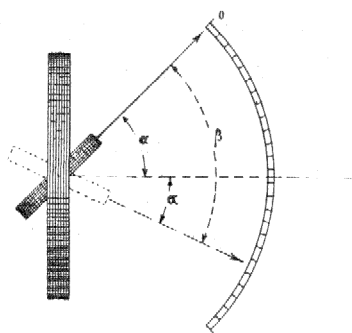


Fig. 29

dos es preciso tenerlo en cuenta, a menos que la desviación fuese sumamente pequeña, y la fórmula del aparato es

$$i_1 i_2 = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

siendo β el ángulo de torsión o sea el de desplazamiento de la aguja desde la posición inicial.

* * *

Hasta ahora hemos considerado que la bobina fija era muy plana y asimilable a un único conductor. Si, por el contrario, fuese larga (solenóide) hasta el punto de poder dejar de tenerse en cuenta la acción de los extremos sobre el punto interior considerado, la intensidad del campo es uniforme en todos los puntos y vale

$$H = 4\pi n' i_1$$

siendo n' el número de espiras por unidad de longitud. Llegaríamos, por tanto, también a la fórmula

$$i_1 i_2 = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

siendo como siempre β el ángulo de torsión y α el que forma el plano de la bobina móvil con la normal a la bobina fija.

Tal es la fórmula fundamental de los electrodinamómetros.

19. Medidas con corriente continua.—Apliquemos la anterior fórmula a los aparatos de corriente continua.

Voltímetros. El electrodinamómetro lleva en serie una gran resistencia, que sumada a la de las bobinas da un total R .

Tenemos

$$i = \frac{V}{R}$$

pero

$$i^2 = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

puesto que la misma corriente i recorre en serie las dos bobinas, luego

$$\frac{V^2}{R^2} = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

$$V = K_1 \sqrt{\frac{\beta}{\cos \alpha}}$$

Amperímetros. Se tiene sencillamente

$$i^2 = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

puesto que la corriente que hay que medir recorre en serie las dos bobinas.

$$i = K_1 \sqrt{\frac{\beta}{\cos \alpha}}$$

Vatímetros. La bobina móvil lleva en serie una gran resistencia que sumada con la de la bobina da R.

$$\frac{V}{R} = i_2$$

siendo V el voltaje sobre el que se pone en derivación R.

$$i_1 i_2 = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

siendo i_1 la corriente que recorre la bobina fija

$$Vi_1 = K_1 \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

20. Medidas con corrientes alternas.—Supongamos que las corrientes que recorren las bobinas son

$$i_1 = I_1 \sin \omega t$$

$$i_2 = I_2 \sin (\omega t - \varphi)$$

en donde I_1 e I_2 son los valores máximos. El valor instantáneo del producto es

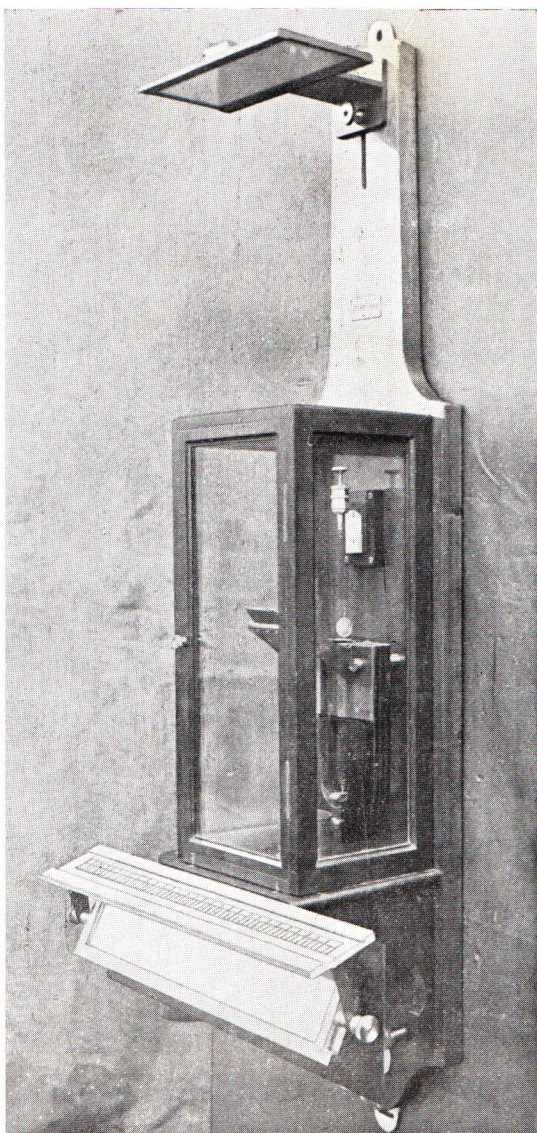
$$i_1 i_2 = I_1 I_2 \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi)$$

y el producto medio

$$(1) \quad \frac{1}{T} \int_0^T I_1 I_2 \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi) dt = \frac{I_1 I_2}{2} \cos \varphi = I_1 I_2 \cos \varphi$$

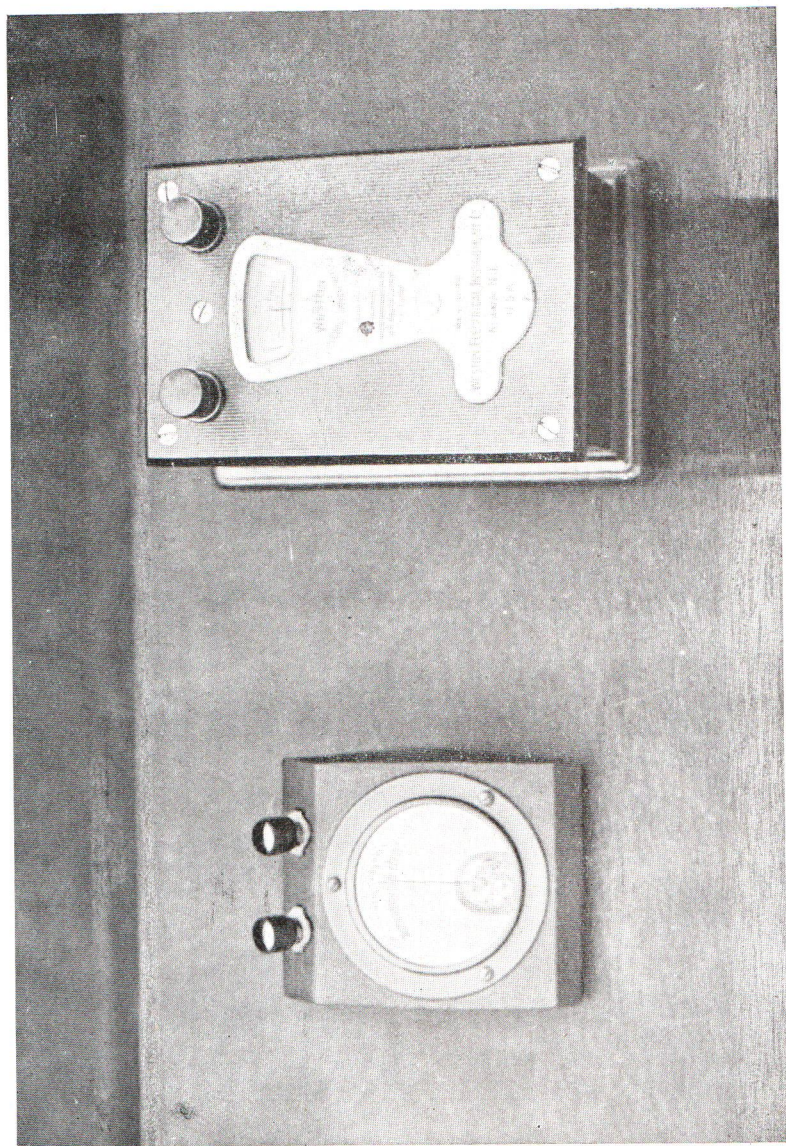
(1) La resolución de esta integral es como sigue:

$$\int I_1 I_2 \sin \omega t \cdot \sin (\omega t - \varphi) dt =$$



GALVANÓMETRO DE CONSOLA.

Construído por J. Carpentier, de Paris



Galvanómetros de estudiante y de baja sensibilidad.
Construidos por la casa Weston, de Newark (U. S. A.)

siendo T la duración del período, e $I_1 I_2$ los valores eficaces de la corriente, cuya relación con los valores máximos es:

$$I_1 = \frac{I_1'}{\sqrt{2}} \quad , \quad I_2 = \frac{I_2'}{\sqrt{2}}$$

De lo dicho resulta que para el caso de corrientes alternas, la fórmula fundamental del electrodinamómetro es

$$I_1 I_2 \cos \varphi = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int I_1' I_2' \sin \omega t \cdot (\sin \omega t \cos \varphi - \cos \omega t \sin \varphi) dt = \\
 &= \int I_1' I_2' \sin^2 \omega t \cos \varphi \cdot dt - \int I_1' I_2' \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot \sin \varphi \cdot dt = \\
 &= I_1' I_2' \cos \varphi \int \sin^2 \omega t \cdot dt - I_1' I_2' \sin \varphi \int \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot dt \\
 &\int \sin^2 \omega t \cdot dt = \frac{1}{\omega} \int \sin \omega t d(-\cos \omega t) = -\frac{1}{\omega} \sin \omega t \cdot \cos \omega t + \\
 &+ \int \cos^2 \omega t \cdot dt \quad \text{y agregando a los dos miembros} \quad \int \sin^2 \omega t \cdot dt \\
 &2 \int \sin^2 \omega t \cdot dt = -\frac{1}{\omega} \sin \omega t \cdot \cos \omega t + \int (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) dt = \\
 &= -\frac{1}{\omega} \sin \omega t \cdot \cos \omega t + t \\
 &\quad \int \sin^2 \omega t \cdot dt = -\frac{1}{2\omega} \sin \omega t \cdot \cos \omega t + \frac{t}{2} \\
 &\quad \int \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot dt = \frac{1}{\omega} \int \sin \omega t \cdot d(\sin \omega t) = \frac{1}{\omega} \frac{\sin^2 \omega t}{2} \\
 &\quad \int I_1' I_2' \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) \cdot dt = -\frac{I_1' I_2' \cos \varphi}{2\omega} \sin \omega t \cdot \cos \omega t + \\
 &\quad \left| \frac{I_1' I_2' \cos \varphi \cdot t}{2} - \frac{I_1' I_2' \sin \varphi \cdot \sin^2 \omega t}{2\omega} \right| \\
 &\quad \int_0^T I_1' I_2' \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) \cdot dt = \frac{I_1' I_2' \cos \varphi \cdot T}{2} \quad \text{puesto que} \\
 &\quad \omega T = 2\pi \\
 &\quad \frac{1}{T} \int_0^T I_1' I_2' \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) dt = \frac{I_1' I_2'}{2} \cos \varphi
 \end{aligned}$$

Apliquemos esto a los tres tipos de aparatos.

Voltímetros. Como la misma corriente recorre en serie las dos bobinas

$$I_1 = I_2 \text{ , , } \cos \varphi = 1$$

$$I^2 = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

pero, llamando V al voltaje eficaz

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad (1)$$

siendo R y L la resistencia y autoinducción (esta es, desde luego, variable con la posición de las bobinas) del conjunto del aparato. Si ωL es despreciable frente a R

$$I = \frac{V}{R}$$

$$V = K_1 \sqrt{\frac{\beta}{\cos \alpha}}$$

Desde luego se apercibe uno aquí de que, por pequeño que sea L, ω puede llegar a ser tan grande que la fórmula anterior no sea aplicable. Esto es lo que ocurre, en efecto; así, los aparatos Weston de nuestra Red Telefónica no pueden considerarse exactos para frecuencias superiores a 133 períodos por segundo ($\omega = 2 \pi f$, siendo f = frecuencia en períodos por segundo).

(1) En un circuito donde hay en serie una resistencia R, una autoinducción L y una capacidad C, si se aplica una diferencia de potencial alterna sinusoidal, de valor eficaz V y pulsación ω ($\omega = 2 \pi f$, siendo f la frecuencia en períodos por segundo), la intensidad eficaz que se establezca tendrá por valor:

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

La cantidad $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$ se llama *impedancia* del circuito. La cantidad ωL , *inductancia*. La cantidad $\frac{1}{\omega C}$, *capacitancia*. La cantidad $\omega L - \frac{1}{\omega C}$, *reactancia*. Todas estas cantidades se miden en *ohmios*.

Amperímetros. También aquí

$$I_1 = I_2 \text{ , , } \cos \varphi = 1$$

$$I^2 = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

$$I = K_1 \sqrt{\frac{\beta}{\cos \alpha}}$$

Aquí parece a primera vista que nada influye la inductancia del aparato; y, en efecto, la corriente leída es la que efectivamente circula cuando está intercalado el amperímetro; pero este puede influir notablemente en la inductancia total del circuito, resultando que la corriente no es la misma cuando el amperímetro está intercalado que cuando no lo está. Además, la inductancia varía con la posición relativa de las bobinas. Resulta, pues, que hay que tener en cuenta las mismas restricciones que en el caso de los voltímetros.

Vatímetros. La bobina móvil está recorrida por una corriente $\frac{V}{R}$ (sin tener en cuenta la inductancia) y la secundaria por la corriente I_2 ; pero como

$$I_1 I_2 \cos \varphi = \frac{V}{R} I_2 \cos \varphi = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

Luego la potencia

$$VI_2 \cos \varphi = K_1 \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

21. Medidas con corrientes no sinusoidales.—De interés extraordinario es este caso, dado que, en la práctica, las corrientes alternas no son nunca perfectamente sinusoidales.

Se sabe que toda función periódica no sinusoidal, puede descomponerse en una serie indefinida de funciones sinusoidales de frecuencias crecientes; en efecto, la función periódica y puede desarrollarse en serie de Fourier en esta forma:

$$y = C + C' \sin (\omega t - \varphi') + C'' \sin (2 \omega t - \varphi'') + \\ + C''' \sin (3 \omega t - \varphi''') + \dots$$

El valor eficaz de y

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2 dt}$$

es tal que su cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los valores eficaces de las funciones sinusoidales componentes. Es decir, que si tenemos una función periódica

$$y = Y_0 + Y' \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi') + Y'' \sqrt{2} \sin(2\omega t - \varphi'') + \dots$$

se tiene

$$Y^2 = Y_0^2 + Y'^2 + Y''^2 + Y'''^2 + \dots \quad (A)$$

siendo Y el valor eficaz de la la función y o sea

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2 dt}$$

Supongamos ahora dos corrientes:

$$y_1 = Y_1 + Y'_1 \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi'_1) + Y''_1 \sqrt{2} \sin(2\omega t - \varphi''_1) + \dots$$

$$y_2 = Y_2 + Y'_2 \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi'_2) + Y''_2 \sqrt{2} \sin(2\omega t - \varphi''_2) + \dots$$

su producto instantáneo es $y_1 y_2$ y el producto medio

$$\frac{1}{T} \int_0^T y_1 y_2 dt$$

Es fácil demostrar que este producto medio tiene por valor

$$\frac{1}{T} \int_0^T y_1 y_2 dt = \Sigma Y_1^{(n)} Y_2^{(n)} \cos(\varphi_1^{(n)} - \varphi_2^{(n)}) \quad (1)$$

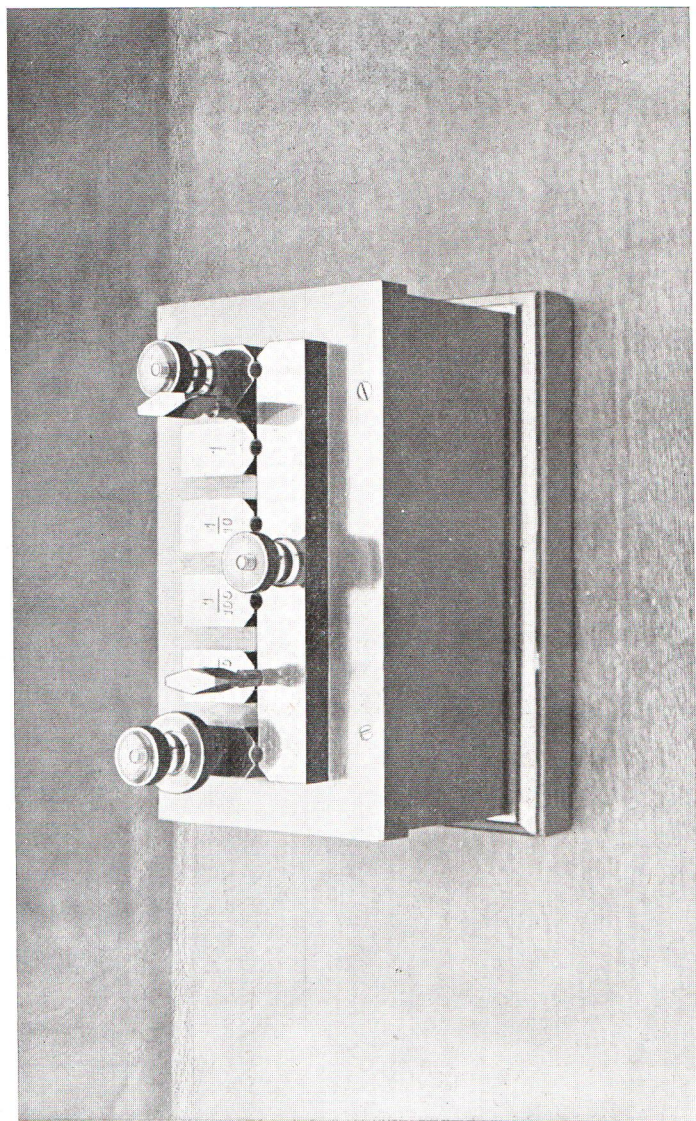
luego en el electrodinamómetro se verificará

$$\Sigma Y_1^{(n)} Y_2^{(n)} \cos(\varphi_1^{(n)} - \varphi_2^{(n)}) = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

Amperímetros. Vamos a prescindir de la necesaria perturbación que produce la introducción del amperímetro en el circuito; en efecto; por pequeña que sea la inductancia del aparato, ha de influir necesariamente en las armónicas más elevadas, disminuyéndolas y retardándolas. Una vez establecido el régimen, con el amperímetro en serie:

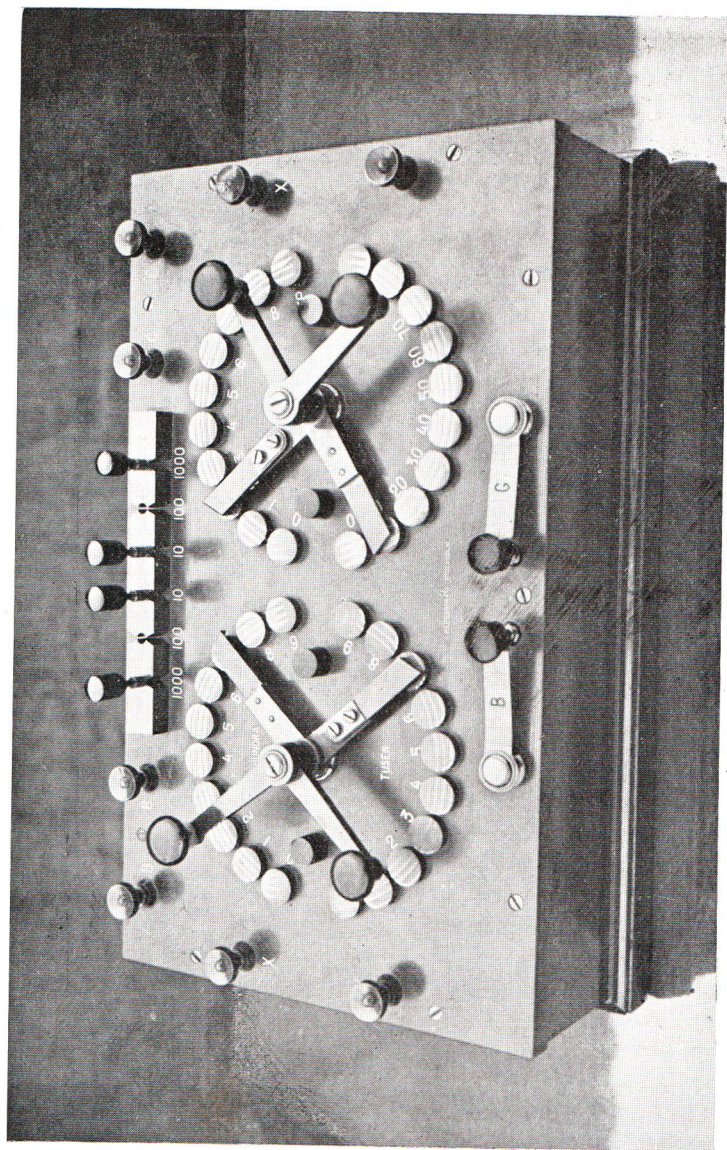
$$y_1 = y_2 \quad , \quad \varphi_1^{(n)} = \varphi_2^{(n)}$$

(1) Ponemos la letra n entre paréntesis para que no se confunda con un exponente, siendo como es, simplemente, un número de orden.



SHUNT UNIVERSAL.

Construído por L. M. Ericsson, de Stockholm



Puente de Wheatstone de manillas circulares.

Construido por L. M. Ericsson, de Stockholm

Por tanto

$$\Sigma (Y^{(n)})^2 = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

Pero según la igualdad (A)

$$\Sigma (Y^{(n)})^2 = Y^2$$

luego

$$Y^2 = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

$$Y = K_1 \sqrt{\frac{\beta}{\cos \alpha}}$$

y el aparato nos acusará la corriente eficaz lo mismo que cuando las corrientes son sinusoidales.

Voltímetros. Partiendo del supuesto de que la inductancia del aparato fuera enteramente despreciable frente a la resistencia (lo cual es tanto menos exacto a medida que avanzamos por las armónicas más elevadas), es evidente que

$$Y = \frac{V}{R}$$

y puesto que en el electrodinamómetro las dos bobinas son recorridas por la misma corriente,

$$Y^2 = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

de donde

$$V = K_1 \sqrt{\frac{\beta}{\cos \alpha}}$$

Vatímetros. Tendremos en los vatímetros

$$\Sigma \frac{V^{(n)}}{R} Y_2^{(n)} \cos \varphi^{(n)} = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

siendo $\varphi^{(n)}$ el ángulo de la corriente sinusoidal de orden n con la fuerza electromotriz que la produce. Pero como es fácil demostrar, la potencia media es precisamente el primer miembro de la anterior ecuación, luego

$$P = K \frac{\beta}{\cos \alpha}$$

luego el electrodinamómetro nos acusa la potencia en la misma forma que en las corrientes sinusoidales.

Es fácil demostrar que

$$P < VY$$

siendo V e Y el potencial e intensidad eficaces no sinusoidales.

Luego podemos escribir

$$P = kVY$$

siendo

$$k < 1$$

Este k es el factor de potencia que ya no guarda una relación necesaria con la diferencia de fase. Hay que empezar por advertir que las diversas corrientes sinusoidales componentes toman retrasos diversos con relación a las diferencias de potencial que los engendran (si predomina la inductancia, el retraso es tanto mayor cuanto las armónicas son más elevadas); pero aun considerado el fenómeno en conjunto, esto es, en la corriente y potencial no sinusoidales, no tiene relación estrecha el factor de potencia con la diferencia de fase. Así se verifica que coincidiendo exactamente las fases de la diferencia de potencial y de la intensidad, no sólo en los comienzos de los períodos, sino en los cuatro cuartos del mismo, el factor de potencia es sin embargo menor que la unidad. Aun en el caso en que la intensidad sea de idéntica forma que la diferencia de potencial (todas las ordenadas reducidas en la misma proporción) y con una diferencia de fase constante en todas las componentes sinusoidales, tampoco es $k = \cos \varphi$.

No obstante, en los casos más corrientes en que la amplitud de las armónicas decrece rápidamente, se puede considerar $k = \cos \varphi'$ siendo φ' el defasado de la corriente sinusoidal fundamental.

22. Electrodinamómetros de la Red.—Son los siguientes:

De la casa *Weston*:

Amperímetro transportable, de doble escala de 0,2 a 1 y de 0,4 a 2 amperios, apreciando 0,01 y 0,02 amperios respectivamente. Resistencia inferior para la escala de 0-1, 2'19 ohmios y para la 0-2, 0,72 a 18°. Inductancias 0,00368 henrys y 0,00092 henrys respectivamente.

Miliamperímetro transportable con escala de 80 a 300 miliamperios. Aprecia 2 miliamperios. Resistencia 3,92 ohmios a 17°. Auto-inducción 0,0035 henrys con la aguja en el final de la escala y 0,0033 en el medio.

Miliamperímetro transportable con escala de 20 a 100 miliamperios. Aprecia 1 miliamperio. Resistencia interior a 23°, 26,7 ohmios. Inductancia en el final de la escala 0,026 henrys y en la mitad 0,024.

Miliamperímetro transportable con escala de 4 a 15 miliamperios; aprecia 0,1 miliamperios. Resistencia interior 1225 ohmios a 25° centígrados. Inductancia en el final de la escala 1,5 henrys y en la mitad 1,43.

Voltímetro transportable con doble escala de 40 a 150 y de 80 a 300 voltios. Aprecia 1 y 2 voltios respectivamente. Resistencia a 25°, 3371 para la escala 0-150 y 6742 ohmios para la 0-300. Inductancia aproximada al final de la escala 0,098 henrys y en la mitad 0,091.

Vatímetro transportable de 0 a 750 vatios; aprecia 5 vatios. Tomando la mitad de la resistencia en serie con la bobina móvil (bornes 0-75 del aparato) la lectura es doble de la real. Poniendo en derivación, en vez de serie, las dos bobinas de que consta el inductor, la lectura es mitad y, por tanto, pueden alcanzar a medirse 1500 vatios. La resistencia del circuito en derivación a 26° entre los bornes normales (0-150) es de 6709,6 ohmios y entre los bornes 0-75 de 3354,8. Las resistencias del circuito en serie, son de 0,0288 ohmios estando las dos bobinas en serie y de 0,0075 estando en derivación. Las inductancias respectivas 0,000037 y 0,0000091 henrys. La del circuito en derivación 0,0034 henrys.

De la casa *Hartmann*:

Un electrodinamómetro transportable que sirve de voltímetro y miliamperímetro.

Como voltímetro

Extensión de la escala	Valor de una división
— voltios	— voltios
1 — 30	0,2
2 — 60	0,4
4 — 120	0,8

El consumo propio al final de la escala, 0,03 amperios. El límite de error garantizado $\pm 0,3\%$ del valor máximo de la escala.

Como miliamperímetro: Escala 10-250 miliamperios, siendo cada división de 2 miliamperios.

23. **Un aparato demostrativo.**—En este grupo de los electrodinamómetros incluimos un aparato demostrativo que puede ser construído con facilidad por cualquier aficionado y permite demostrar importantes leyes relativas a la acción mutua de las corrientes.

Fórmese una bobina montada sobre un marco redondeado o cuadrado de madera o de cartón de unos 10 cm. de diámetro o ancho. Basta devanar unas 80 ó 90 vueltas. El hilo no conviene que baje de 4/10 de mm. para evitar el excesivo calentamiento. La resistencia de esta bobina será de unos 4 ohmios.

Prepárese otra bobina idéntica de menor diámetro (v. g. 8 cm.) con el mismo hilo y número de vueltas; pero ésta ha de ser lo más ligera posible montada sobre una tirita estrecha de cartón.

La primera bobina se fija sobre un tablero. La segunda se suspende en el interior de la primera por un hilo conductor formado por varios cabos que no ofrezca apenas resistencia a la torsión. La longitud de este hilo de suspensión ha de ser grande (lo menos 25 cm.) para que el par de torsión sea lo menor posible.

La bobina móvil toma la corriente por este hilo de suspensión y en la parte inferior por una capsulita en que se echa una gota de mercurio. La toma en esta cápsula se hace por una punta de acero que no toca el fondo de la cápsula (figs. 30 y 31). La cápsula no conviene que sea de metal que ataque el mercurio; puede ser de carbón con-

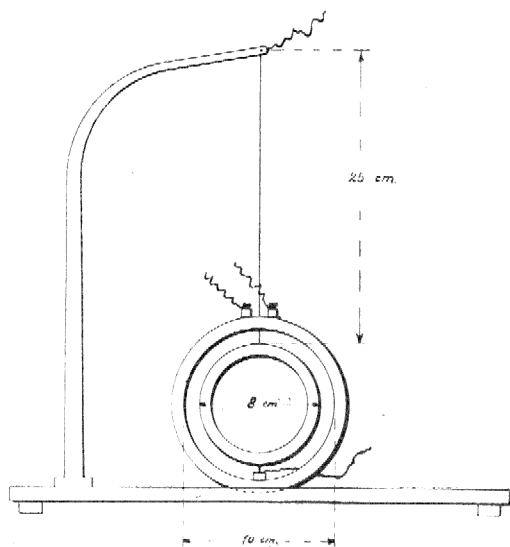


Fig. 30

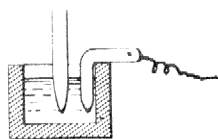


Fig. 31

ductor o de cualquier materia aislante, en cuyo caso se lleva la corriente con otra punta de acero, como indica la fig. 31.

Claro está que la bobina fija tiene que tener un agujero en su parte superior para dar paso al hilo de suspensión.

La resistencia y autoinducción de estas bobinas es despreciable a los efectos de los ensayos que vamos a indicar.

Experiencias electromecánicas.

A. Con corriente continua.

1. Dos corrientes del mismo sentido se atraen. Basta poner un par de pilas en serie en el circuito de cada bobina y se desplazarán éstas hasta quedar en el mismo plano y de modo que las corrientes sean paralelas y del mismo sentido. Tal vez si el aparato es muy tosco necesite alguna pila más por circuito.

2. Dos corrientes de sentido contrario se repelen. Basta a continuación de la experiencia anterior invertir los polos de las pilas a una de las bobinas, e inmediatamente la móvil girará 180° .

3. Averiguar el sentido de una corriente. Poniendo una pila en uno de los circuitos, se averigua inmediatamente el sentido en que circula una corriente continua cualquiera, sin más que hacerla pasar por la otra bobina y ver la posición que toma la móvil con relación a la fija.

B. Corriente continua y alterna.

No ejercen acción mutua lo que se comprueba uniendo a una de las bobinas un par de pilas y a la otra corriente alterna de alumbrado, con una bombilla en serie. (fig. 32)

C. Corrientes alternas.

1. Dos corrientes en fase se atraen.

a) Se colocan resistencias no inductivas (bombillas) en los dos circuitos (fig. 33). Las bombillas deben ser cuando menos de unos 32

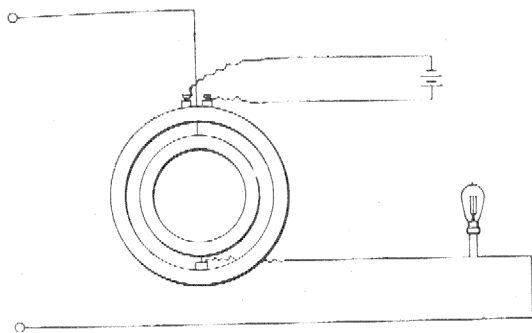


Fig. 32

vatos ⁽¹⁾. Se observa que las bobinas se ponen en la misma posición en que se colocarían si *a* y *b* se uniesen al polo positivo y *c* y *d* al negativo de unas pilas.

b) Con capacidades. En vez de bombillas se ponen capacidades de unos diez microfaradios ⁽²⁾ cada una (si no se dispusiese de capa-

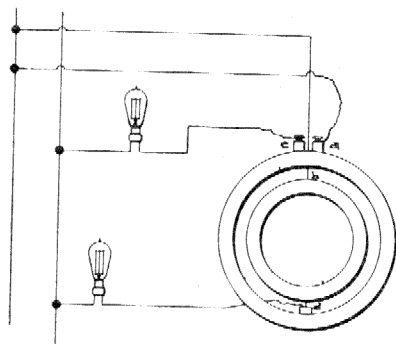


Fig. 33

cidades tan grandes se unen en cantidad 5 de a dos, que son corrientes). El resultado es el mismo que anteriormente, pues aunque las corrientes van adelantadas $\frac{1}{4}$ de período con relación a la diferencia de potencial, entre sí van en fase.

c) Con bobinas inductivas. Tómense dos bobinas cuya resis-

(1) Una bombilla de filamento metálico de 32 bujías consume sensiblemente 32 vatios. Si el voltaje es de 110 la corriente será de

$$\frac{32}{110} = 0,29 \text{ amperios}$$

Como se ve en esta experiencia la corriente es sensiblemente menor que operando con dos pilas. Estas dan una corriente de $3\frac{3}{4}$ de ampere (3 voltios las dos pilas; 4 ohmios la bobina; despreciamos la resistencia interior de las pilas). Por eso hemos dicho que las bombillas han de ser *cundo menos* de 32 vatios. Si el aparato es muy tosco convendrá poner de 50 bujías, o de 25 de filamento de carbón.

(2) Para señalar esta capacidad nos fijamos en que, desde el punto de vista del paso de corriente, sea próximamente equivalente a la resistencia de la bombilla. Sabemos que en un circuito de resistencia *r* y capacidad *c*

$$I = \frac{V}{\sqrt{r^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 c^2}}}$$

siendo *V* e *I* el voltaje e intensidad eficaces y *f* la frecuencia. Si se trata de una capacidad solamente (*r* = 0)

$$I = V \cdot 2\pi fc$$

tencia óhmica sea despreciable y cuya autoinducción sea de 1 henryo próximamente ⁽¹⁾. Esta vez las corrientes van retrasadas $\frac{1}{4}$ de periodo con relación a la diferencia de potencial, pero como ambas van en fase entre sí, todo ocurre como en las dos experiencias anteriores.

2. Dos corrientes en oposición se repelen. Basta en una de las experiencias anteriores cambiar los polos a una sola de las bobinas y girará 180° la bobina móvil. Igual resultado se obtiene poniendo

Cuando existe un circuito con sola resistencia

$$I = \frac{V}{r}$$

luego llamando R a la resistencia equivalente a la capacidad c

$$\frac{1}{R} = 2 \pi f c$$

o

$$c = \frac{1}{2 \pi f R}$$

Hagamos $f = 50$ „ $R = 379$ ohmios, que es la resistencia en caliente de la bombilla de 32 vatios

$$(\text{en efecto } R = \frac{V}{I} = \frac{110}{0,29} = 379 \text{ ohmios})$$

y resulta

$$c = \frac{1}{2,3,14,50,379} = 0,0000084 \text{ faradios} = 8,4 \text{ microfaradios}$$

(1) También buscamos aquí la equivalencia con la resistencia de la bombilla. En un circuito de resistencia r y autoinducción L

$$I = \frac{E}{\sqrt{r^2 + 4 \pi^2 f^2 L^2}}$$

y si $r = 0$

$$I = \frac{E}{2 \pi f L}$$

Si por el contrario $L = 0$

$$I = \frac{E}{r}$$

luego la resistencia R equivalente a la autoinducción L es

$$R = 2 \pi f L$$

Si $R = 379$ ohmios y $f = 50$ periodos

$$L = \frac{379}{2,3,14,50} = 1,20 \text{ henryos}$$

una de las bobinas con capacidad en serie y la otra con autoinducción.

3. Dos corrientes defasadas $\frac{1}{4}$ de período no ejercen acción mutua. Para probar esto se pone en serie con una de las bobinas una resistencia; y en serie con la otra una capacidad o una autoinducción.

Experiencias electromagnéticas.

1. La bobina móvil atravesada por una corriente continua se orienta como la aguja imantada, de tal manera que mirando desde el Norte la cara que da al Norte, se ve circular la corriente en sentido

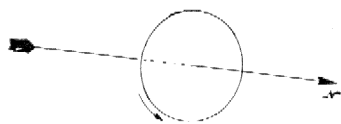


Fig. 34

contrario a las agujas del reloj (fig. 34). Si el aparato es algo sensible, con una sola pila se orienta; sino, se deben poner, cuatro o seis en serie. Claro está que por la bobina fija no debe circular corriente alguna.

2. Presentando a la cara Norte de este solenoide una aguja imantada, atraerá al polo Sur de ésta y viceversa. Si hacemos girar con la mano la bobina girará con igual rapidez la aguja imantada siguiendo los movimientos de aquélla.

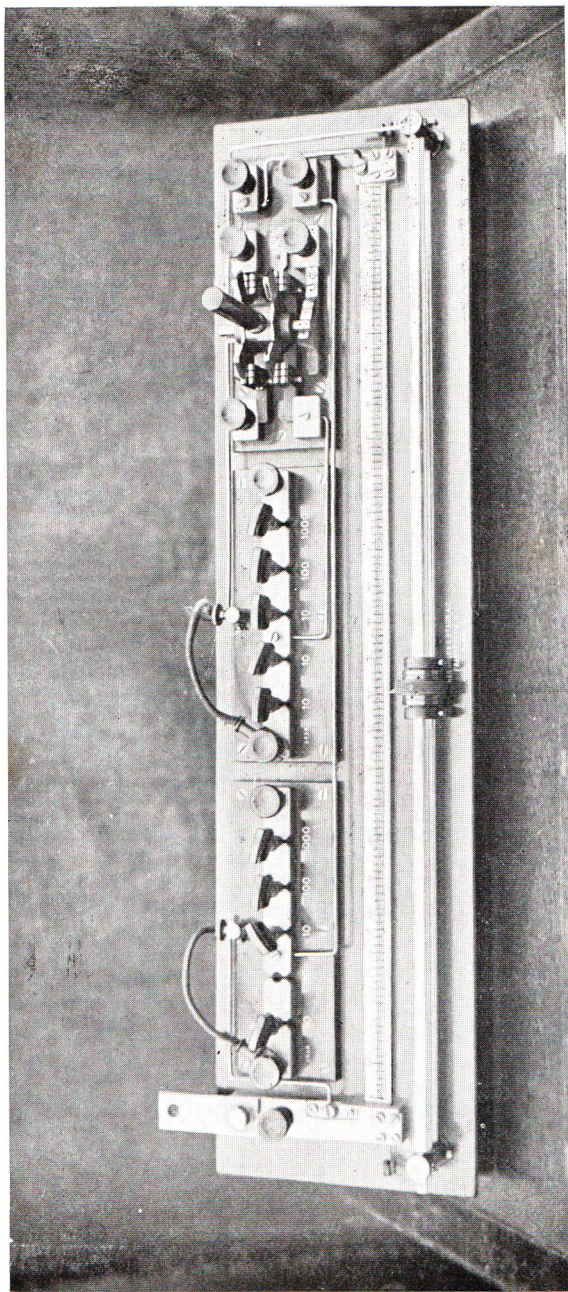
3. Descubrir los polos de un imán. De lo dicho anteriormente se deduce que con este aparato se puede averiguar, lo mismo que con una aguja de brújula, cuáles son los polos de un imán, v. g. de magneto.

24. **Pirimiliamperímetro.**—Este aparato que también es llamado por algunos termo-galvanómetro, ha sido construido por la casa Weston y tiene escala de 0,4 a 2 miliamperios, apreciando en este intervalo 0,02 miliamperios. Sirve para toda clase de corrientes y para todas frecuencias, incluso la radio-frecuencia.

El aparato consiste en un par termo-eléctrico de vacío, esto es, encerrado en un tubo donde se ha practicado el vacío.

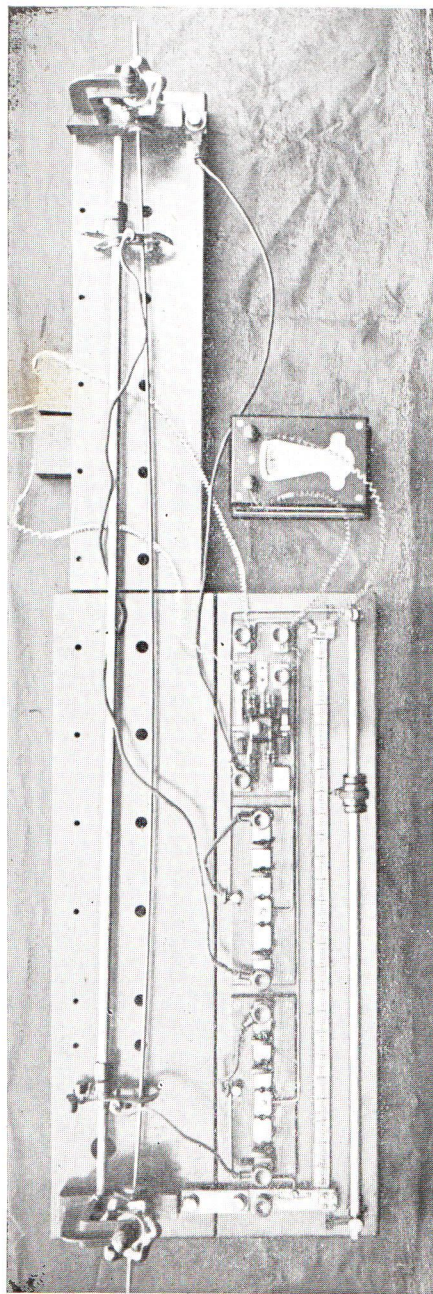
La fig. 35 representa en tamaño natural este tubo. *ab* es un hilo finísimo de platino atravesado por la corriente que se ha de medir. En el centro lleva soldado el par termo-eléctrico que consiste en un hilo de platino y otro de aleación de níquel. Los hilos de este par deben estar curvados para que puedan dilatarse libremente. La corriente pro-

PUENTE DOBLE DE LORD KELVIN



Tablero que lleva las resistencias

PUENTE DOBLE DE LORD KELVIN



Montado para medir la resistencia de un alambre de longitud próxima un metro

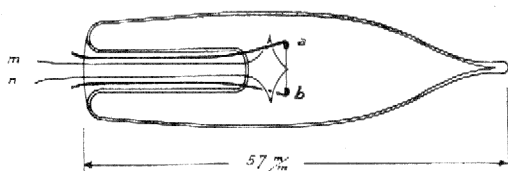


Fig. 35

ducida por este par se conduce por los hilos *mn* a un galvanómetro cuya resistencia interior (a 19'5°) es de 8,5 ohmios; lleva en serie una resistencia adicional de 23,31 ohmios (a 19'5°).

La resistencia del aparato, esto es, del filamento *ab*, es variable con la intensidad de la corriente que le atraviesa. He aquí los resultados anotados en el aparato que posee la Red:

INDICACIÓN DE LA AGUJA	RESISTENCIA EN OHMIOS A 18°
2,010	658
1,985	659
1,842	664
1,725	668
0,900	695
0,847	696

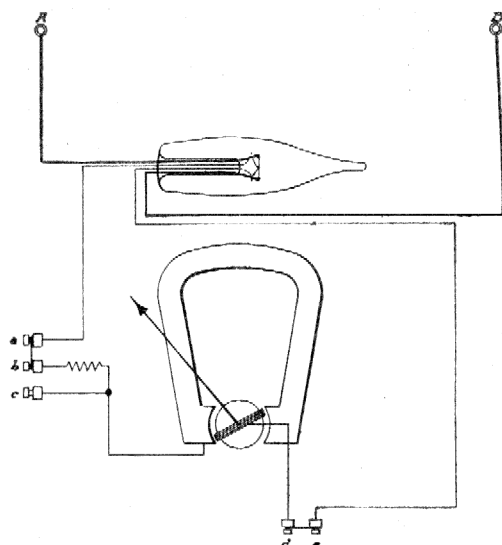


Fig. 36

En la fig. 36 puede verse el conjunto del aparato. Los terminales *a, b, c, d, e* han sido agregados en nuestros talleres y tienen por objeto el poder aplicar al par termo-eléctrico, un galvanómetro más sensible o bien utilizar el galvanómetro para otras medidas.

Los terminales *e* y *B* están unidos a todas las masas metálicas del aparato.

La teoría del aparato, según la casa constructora, es la siguiente:

Un hilo enfriado solamente por conductibilidad (no por convección) adquiere entre el centro y los extremos una diferencia de temperatura proporcional al cuadrado de la corriente que le atraviesa. Inversamente, la corriente, es proporcional a la raíz cuadrada de la diferencia de temperatura. La *f. e. m.* de este par en función de la temperatura, es una curva de 2º grado de la forma

$$e = a (t - t') + \frac{b}{2} (t^2 - t'^2)$$

siendo *t, t'* las temperaturas de los extremos caliente y frío del par termo-eléctrico y *a* y *b* constantes.

Aplicaciones. La aplicación más importante de este aparato es la medida de corrientes de crecida frecuencia, como corrientes telefónicas y corrientes de frecuencia radio. Para la medida de corrientes telefónicas, la sensibilidad del aparato, tal como viene de fábrica, es escasa ⁽¹⁾. Se puede mejorar aplicando un galvanómetro más sensible de análoga resistencia.

Esto conduce a la interesante experiencia de poder comparar micrófonos por razón de la intensidad de corriente que producen. Al efecto, es necesario disponer de una sirena que dé sonido de intensi-

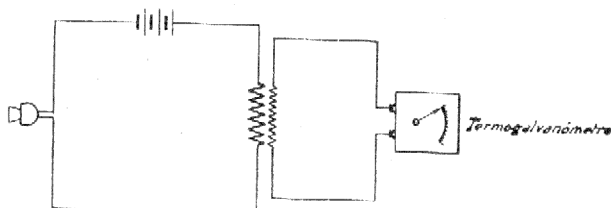


Fig. 37

(1) Gritando algo fuerte en la boca de un micrófono alimentado por tres pilas, el secundario de la bobina de inducción produce una corriente superior a 2 miliamperios, no habiendo línea, esto es, aplicando directamente el miliamperímetro en los terminales del secundario.

dad constante. Se ponen sucesivamente delante y a igual distancia, varios micrófonos y se mide la corriente producida. El circuito eléctrico se monta en la forma indicada en la fig. 37.

La sirena empleada se ve dibujada en la fig. 38. En la parte inferior está el tubo donde se inyecta el aire; en la parte superior un contador de revoluciones. Un disco D de cobre girando entre dos electroimanes sirve de freno. El frenado se gradúa alejando o acercando las bobinas por medio del tornillo T. El disco giratorio lleva 16 orificios.

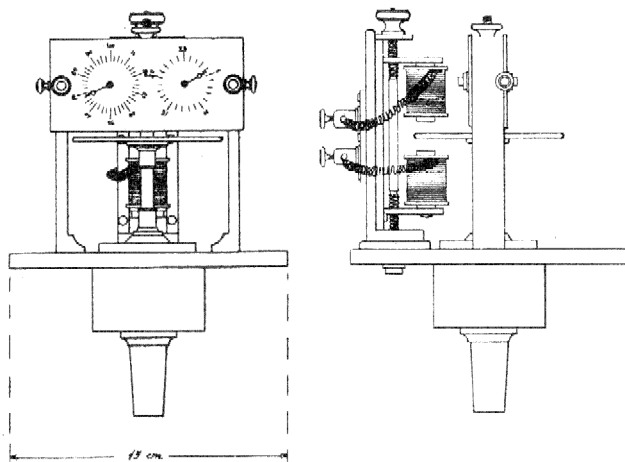


Fig. 38

A continuación los resultados de una experiencia realizada con la sirena en cuestión.

REVOLUCIONES POR MINUTO DE LA SIRENA N	VIBRACIONES POR SEGUNDO $\frac{N \cdot 16}{60}$	PRESIÓN DEL AIRE SUMINISTRADO POR EL VENTILADOR, EN m/m DE AGUA
8000	2133	24
6800	1813	19
4100	1093	8

25. Condiciones que deben exigirse en los amperímetros y voltímetros.—La condición más importante en esta clase de aparatos es la de su resistencia. En general, un amperímetro es más aconsejable, cuanto menor sea su resistencia y un voltímetro, cuanto mayor.

Supongamos v. g. que necesitamos un amperímetro de gran sensibilidad, para medir corrientes pequeñísimas que se desarrollan en de-

terminado circuito. Si el aparato que nos ofrecen, aunque tenga la sensibilidad requerida, tiene entre terminales una resistencia del mismo orden que la del circuito, el aparato no nos servirá para nada, pues, al intercalarlo, las condiciones del primitivo circuito variarán considerablemente. Por esta razón los amperímetros de resistencia superior a 100 ó 200 ohmios sólo pueden prestar servicio en contados casos.

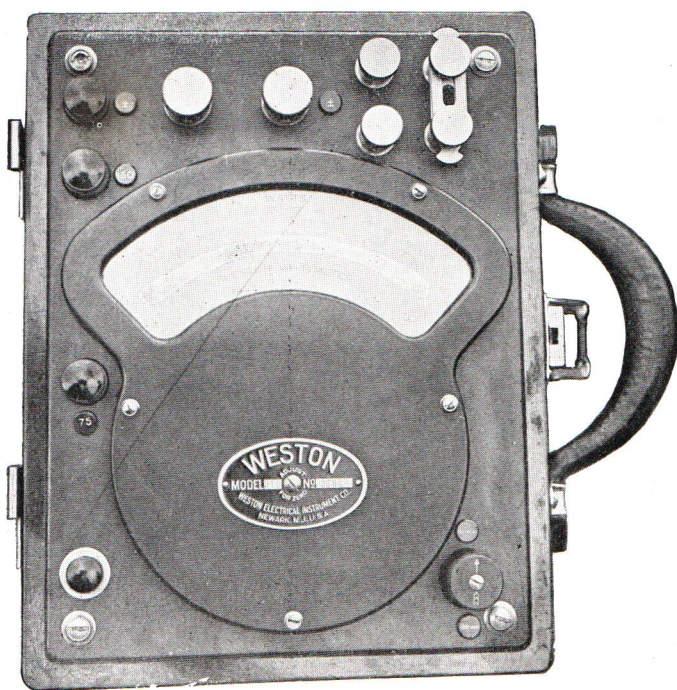
Con los voltímetros ocurre lo contrario. Supongamos que necesitamos un voltímetro para medir los voltajes de pilas, entre 0 y 6 voltios. Si la resistencia de este voltímetro es de 10 ohmios, no nos servirá; en efecto, supongamos que se trata de medir el voltaje de dos pilas en serie, o sea, unos 3 voltios. La corriente absorbida por el aparato será de 0,3 amperios y con este rendimiento las pilas pequeñas o algo cansadas experimentan una disminución enorme del voltaje entre terminales. Otro caso: supongamos que se trata de determinar la *f. e. m.* (o sea voltaje en circuito abierto) de una magneto. Supongamos que ésta sea de unos 100 voltios; aunque el voltímetro tenga una resistencia de 3000 ohmios, sus indicaciones son falsas, pues la corriente absorbida (prescindiendo de la autoinducción) será aproximadamente de 1/30 de amperio, lo cual ocasionará una pérdida de voltaje en el inducido de 50 voltios si la impedancia de la magneto es de 1600 ohmios, cosa muy frecuente. Resulta, pues, que el voltímetro nos marcará en circuito abierto 50 voltios, debiendo marcar 100.

Las autoinducciones suelen ser en los aparatos de medida, de orden mucho menos elevado que las resistencias; pero si fuesen algo importantes, o si las corrientes son de frecuencia superior a la industrial, hay que tenerlas en cuenta.

Finalmente, antes de encargar un aparato, hay que estudiar detenidamente su escala y sus errores; lo primero porque hay escalas que en los comienzos tienen un desarrollo muy inferior a la del resto; así, hay aparatos que en el primer cuarto de la escala, llegan a la mitad de la indicación máxima. Los errores, porque ningún aparato es absolutamente exacto y es indispensable saber qué límites de exactitud ofrece. Generalmente las casas constructoras garantizan como límite de error un tanto por ciento del *máximo* de la escala. De donde resulta que la exactitud es proporcionalmente muy inferior en los comienzos de ésta.

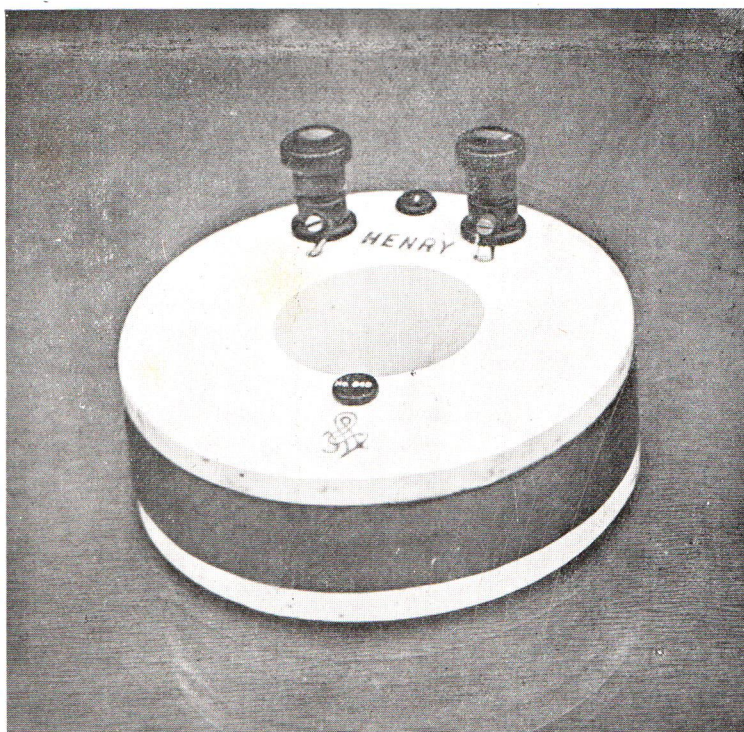
26. Pruebas de aparatos.—Tienen por objeto el comprobar si la exactitud de éstos responde a los límites garantizados por la casa

ELECTRODINAMÓMETRO



Vatímetro portátil.

Construído por Weston, de Newark (U. S. A.)



Patrón de autoinducción.

Construido por Hartmann & Braun, de Frankfurt A/M

constructora. Es operación que nunca debe dejar de practicarse al recibir un aparato de fábrica.

Con los voltímetros estas pruebas son, en general, fáciles por ser aparatos que, aunque requieran entre bornes alto voltaje, exigen poca corriente, y para evitar el empleo de altos voltajes, basta prescindir de las resistencias adicionales. Así, con un voltaje fijo (v. g. pilas, cuando el rendimiento exigido a éstas es muy pequeño; y, en último resultado, colocando entre sus bornes un voltímetro de precisión) se gradúa el aparato en amperios; y de éstos es fácil pasar a los voltios que debe marcar cuando se intercalan las resistencias adicionales.

La prueba de los amperímetros es difícil cuando son de crecido amperaje. Lo más cómodo es compararlos con otros de confianza cuya escala sea parecida, poniendo los dos en serie, con lo cual se hacen innecesarias las compensaciones de resistencia. Procedimiento más racional y seguro, aun cuando más delicado, es ver la diferencia de potencial que se produce entre los extremos de una resistencia cuyo valor se conoce muy exactamente. Sea I la indicación del amperímetro, R la resistencia y V la caída de voltaje; se debe tener, si el amperímetro es exacto

$$I = \frac{V}{R}$$

CAPÍTULO V

Fasímetros y faradímetros

Fasímetro Hartmann & Braun; su teoría; caso de corrientes no sinusoidales.—Faradímetros Weston; teoría en el caso ordinario y de corrientes no sinusoidales.—Aplicación de los faradímetros a las medidas de líneas y cables; causas de error; caso de líneas de energía mal aisladas.—Faradímetros de la Red.

27. **Fasímetro Hartmann & Braun.**—Es un aparato cuya teoría se debe a Brüger. El fundamento es parecido al de los electrodinamómetros, sólo que en vez de una sola bobina móvil lleva dos en ángulo recto solidarias entre sí. La bobina fija está recorrida por la intensidad cuyo defasado se trata de medir; las móviles, derivadas sobre la diferencia de potencial; sólo que una de ellas lleva en serie

una gran resistencia y la otra una fuerte inductancia, en forma que la corriente de la primera se puede considerar rigurosamente en fase con el voltaje y la de la segunda en retraso de 90° (Fig. 39).

Llamando α al ángulo de la primera con relación a la normal a la bobina fija (el ángulo de la otra será $\alpha - 90^\circ$), φ al defasado que se trata de medir, o sea, la diferencia de fase entre las corrientes que circulan en la primera bobina móvil (la que lleva en serie una gran resistencia) y la bobina fija, I , I_1 e I_2 a las intensidades eficaces en la bobina fija y en las móviles, el par de la primera bobina móvil será (véase el capítulo anterior)

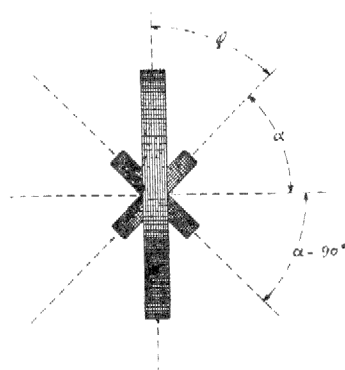


Fig. 39

$$\frac{2\pi N I}{R} n_1 l d i_1 \cos \alpha \cos \varphi$$

siendo N el número de espiras de la bobina fija, R su radio, n_1 el de la primera bobina móvil y l y d su alto y ancho. O bien

$$K_1 I i_1 \cos \alpha \cos \varphi$$

siendo K_1 una constante.

Análogamente en la segunda bobina se tendrá un par

$$K_2 I i_2 \cos (\alpha - 90^\circ) \cos (90^\circ - \varphi) = K_2 I i_2 \sin \alpha \sin \varphi$$

El sistema quedará en equilibrio, sin necesidad de resorte alguno director cuando se tenga

$$K_1 I i_1 \cos \alpha \cos \varphi = K_2 I i_2 \sin \alpha \sin \varphi$$

y si hacemos

$$K_1 I i_1 = K_2 I i_2$$

$$\cos \alpha \cos \varphi = \sin \alpha \sin \varphi$$

ecuación que queda satisfecha para $\alpha = 90^\circ - \varphi$, pues entonces se tiene

$$\sin \varphi \cos \varphi = \cos \varphi \sin \varphi$$

que es una identidad.

Resulta, pues, que el ángulo de defasado, es el complemento del que la primera bobina móvil forma con la perpendicular a la bobina fija; o bien, es igual al que la misma bobina móvil forma con el eje de la bobina fija.

Si las corrientes no fuesen sinusoidales, el par de la primera bobina móvil vendría representado por

$$K_1 \sum \frac{V^{(n)}}{R} Y^{(n)} \cos \varphi^{(n)} \cos \alpha$$

y el de la segunda

$$K_2 \sum \frac{V^{(n)}}{\omega^{(n)} L} Y^{(n)} \cos (90^\circ - \varphi^{(n)}) \cos (\alpha - 90^\circ)$$

Tropezamos al instante con la dificultad de que ω varía de un término a otro en la suma de términos relativos al par de la segunda bobina. Por tanto, los términos $\sum \frac{V^{(n)}}{R} Y^{(n)}$ no guardan proporcionalidad con los de $\sum \frac{V^{(n)}}{\omega^{(n)} L} Y^{(n)}$. Así, pues, el aparato dará indicaciones

tanto más alejadas de la verdad, cuanto más difieran las corrientes de la forma sinusoidal. Pero, aun suponiendo que para un caso dado igualásemos

$$K_1 \sum \frac{V^{(n)}}{R} Y^{(n)} \quad \text{y} \quad K_2 \sum \frac{V^{(n)}}{\omega^{(n)} L} Y^{(n)}$$

en el cual caso la indicación del aparato sería efectivamente

$$\alpha = 90^\circ - \varphi$$

el factor de potencia, según sabemos, no valdría $\cos \varphi$; no obstante, se ha dicho también, que difiere muy poco cuando la amplitud de las armónicas decrece rápidamente.

En este caso el valor del par de la segunda bobina puede considerarse reducido a

$$K_2 \frac{V'}{\omega' L} \cos (90^\circ - \varphi) \cos (\alpha - 90^\circ) Y'$$

puesto que los valores $\frac{V''}{\omega'' L}$, $\frac{V'''}{\omega''' L}$, etc. serían despreciables.

El aparato en la práctica está graduado para una corriente sinusoidal, es decir para

$$\frac{K_1}{R} VY = \frac{K_2}{\omega L} VY$$

o bien

$$\frac{K_1}{R} = \frac{K_2}{\omega L}$$

y cuantas más armónicas vayamos agregando, más nos alejamos de toda indicación que corresponda a la realidad.

28. Faradímetros Weston.—Son aparatos destinados a determinar la capacidad por lectura directa.

Puede verse el esquema de uno de estos aparatos en la figura 40.

En los bornes A y B se aplica una diferencia de potencial alterna cuyo voltaje y frecuencia puede variar, sin inconveniente, entre lími-

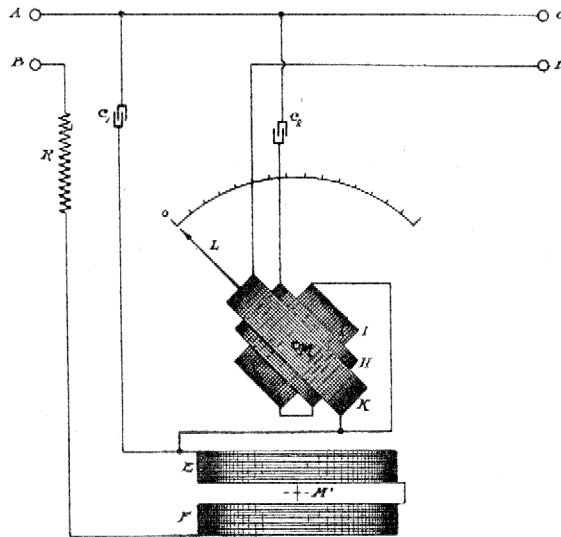


Fig. 40

tes bastante extensos. Generalmente se usa la corriente industrial de 110 voltios y 50 períodos. R es una resistencia cuyo objeto es evitar que se queme el aparato, caso de producirse un cortocircuito en CD.

Las bobinas H, I, K, solidarias entre sí, tienen su eje de giro vertical en el centro M' de las bobinas excitatrices E y F; pero en la figura las representamos fuera para mayor claridad.

La corriente total atraviesa EF, pero luego se divide en tres; una parte atraviesa el condensador shunt c_1 ; otra atraviesa en serie y en sentido contrario las bobinas H e I colocadas en ángulo recto y la capacidad tipo c_2 ; la última, la bobina K (en sentido contrario al que recorre la bobina H) y la capacidad a medir. La aguja indicadora L va en el plano de esta bobina. El aparato carece de resortes, así que en reposo la aguja L toma una posición cualquiera.

El condensador shunt tiene por objeto aumentar la corriente que pasa por EF y, por tanto, la acción excitante de estas bobinas sin aumentar mucho su número de espiras lo que acarrearía una excesiva resistencia e inductancia. Tal como se halla construido el aparato, las resistencias e inductancias de todas las bobinas son despreciables; las corrientes que atraviesan todos los arrollamientos están en avance de $\frac{1}{4}$ de período sobre la diferencia de potencial.

Las bobinas H e I iguales y recorridas por la misma corriente, producen pares iguales y antagonistas; de donde resulta que, no colocándose en CD ninguna capacidad, la bisectriz de las bobinas queda perpendicular al eje de las bobinas fijas E y F.

Supongamos que colocamos en CD una capacidad X. La bobina K será recorrida por una corriente proporcional que designaremos por kX . Por las bobinas H e I circulará una corriente kc_2 y por el shunt una corriente kc_1 . Por E y F circulará una corriente $k(c_1 + c_2 + X)$.

Supongamos que el equilibrio se establece para un ángulo α de las bobinas H y K con la normal a las bobinas fijas; el ángulo de la bobina I será $\alpha + 90$ (téngase en cuenta que la corriente va en sentido contrario).

El par debido a H es

$$K_1 k(c_1 + c_2 + X)k c_2 \cos \alpha$$

El de la bobina I, enteramente igual a la H

$$- K_1 k(c_1 + c_2 + X)k c_2 \sin \alpha$$

y el de la bobina K

$$- K_2 k(c_1 + c_2 + X) k X \cos \alpha$$

El equilibrio exige que

$$\begin{aligned} K_1 k(c_1 + c_2 + X) k c_2 \cos \alpha - K_2 k(c_1 + c_2 + X) k X \cos \alpha = \\ = K_1 k(c_1 + c_2 + X) k c_2 \sin \alpha \end{aligned}$$

de donde

$$X = \frac{K_1 c_2}{K_2} (1 - \operatorname{tg} \alpha) = \frac{K_1 c_2}{K_2} (\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} \alpha)$$

Ahora bien; 45° es la posición inicial, luego las capacidades son proporcionales al exceso de la tangente del ángulo inicial sobre la tangente del ángulo de equilibrio. Cuando α es negativo ambas tangentes se suman.

La medida, como se ve, es en absoluto independiente del voltaje y frecuencia, mientras se supongan despreciables las impedancias de las bobinas.

Es más; el funcionamiento es el mismo aun cuando el voltaje aplicado no sea sinusoidal; en efecto, podemos sustituir el voltaje no sinusoidal por un número indefinido de sinusoidales; pero cada uno de estos producirá independientemente el mismo ángulo de equilibrio. Claro está que en la práctica esto no es absolutamente cierto, puesto que para las frecuencias de las armónicas elevadas no son despreciables, ni mucho menos, las inductancias de las bobinas; pero ya sabemos que, de ordinario, la amplitud de las armónicas decrece rápidamente, así que, en tal caso, el error cometido no tiene importancia.

29. Aplicaciones de los faradímetros.—Como ha podido observarse, el faradímetro es un instrumento extraordinariamente cómodo. No obstante, en una de sus aplicaciones más importantes, como es la de determinar la capacidad de las líneas y cables, hay que precaverse contra los errores que provienen de la resistencia eléctrica del conductor y del mal aislamiento.

Comencemos por estudiar los efectos de éste. Supongamos que en CD además de la capacidad colocamos una resistencia no inductiva; es el caso de una línea mal aislada. La corriente que atraviesa esta resistencia aumentará la desviación de L pero en menor proporción que si fuese producida por una capacidad, porque dicha corriente está en fase con el voltaje y no tiene acción sobre la parte de corriente que después de EF se deriva por el shunt c_1 .

Vemos, pues, que el mal aislamiento produce error; pero el aumento de desviación es inferior al que produciría una capacidad equivalente a la resistencia ⁽¹⁾.

En uno de nuestros faradímetros hemos comprobado con línea artificial, que si la resistencia de aislamiento de la línea es el 10 % de la resistencia equivalente a su capacidad, se obtiene en ésta sólo un 2 % de error. Ahora bien; este aislamiento del 10 % es un aislamiento bajo. En efecto; supongamos una línea de capacidad de 0,0125 microfaradios por kilómetro. La resistencia equivalente es de $r = \frac{1}{2\pi fc} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 0,0125} = 2,58 \cdot 10^5$ ohmios = 0,258 megaohmios, siendo así que el aislamiento kilométrico corriente es de varios megaohmios (tenemos medidas hasta cerca de 8 megaohmios; lo corriente es que oscile entre 1 y 3 megaohmios).

Como la medida de la capacidad de un circuito no es de tal naturaleza que interese realizarla diariamente, se puede esperar a la ocasión en que el circuito esté bien aislado y determinarla entonces. El error cometido será absolutamente despreciable.

Por razón de la resistencia de la línea se cometen errores de mucha mayor importancia, si la línea es larga, pues el faradímetro está graduado en el supuesto de que a todos los puntos de la capacidad llegue igual voltaje, cosa que no ocurre en la línea larga.

En la fig. 41 pueden verse las experiencias realizadas con una línea artificial de 200 millas (la milla, 1609 metros). La recta 1 corres-

(1) Llamamos capacidad equivalente a una resistencia, a la que da paso a un amperaje igual en magnitud (aunque adelantado en $1/4$ de de periodo) al de ésta. Llamando c a la capacidad, E a la fuerza electromotriz eficaz, I a la intensidad eficaz, r a la resistencia y f a la frecuencia.

$$I = \frac{E}{\sqrt{r^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 c^2}}}$$

y si $r = 0$, $I = 2\pi/cE$. En un circuito con sólo resistencia $I = \frac{E}{r}$ luego, desde el punto de vista de la intensidad de la corriente a que deja paso, la capacidad c es equivalente a una resistencia $r = \frac{1}{2\pi/c}$. Sea, por ejemplo, $f = 50$, $c = 2$ microfaradios

$$r = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot \frac{2}{10^6}} = 1592 \text{ ohmios que es la resistencia equivalente a los } \frac{2}{10^6} \text{ microfaradios.}$$

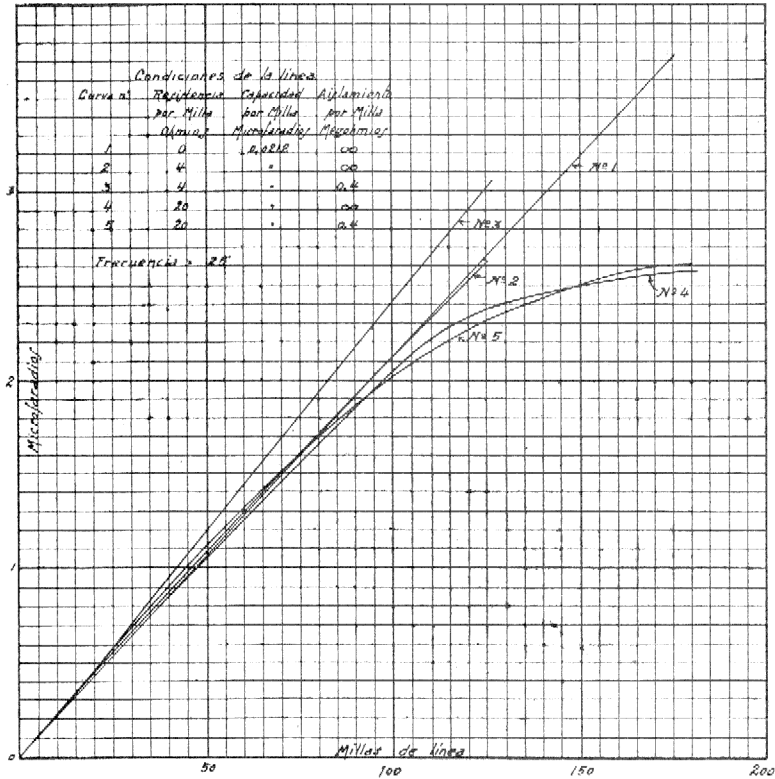


Fig. 41

ponde al caso de una línea sin resistencia y absolutamente aislada, con capacidad de 0,0212 microfaradios por milla. La línea 2 con resistencia de 4 ohmios por milla y perfectamente aislada; el error o desviación con relación a la recta 1 es, como se ve, insignificante. La 3 ofrece la misma resistencia y un aislamiento de 0,4 megaohmios por milla (0,64 por kilómetro; mal aislamiento); este defecto de aislamiento es causa de que el faradimetro acuse con exceso. La 4 es para resistencia de 20 ohmios por kilómetro y aislamiento absoluto; la 5 para la misma resistencia y aislamiento 0,4; como puede verse, el error de las 100 millas en adelante es grande y por defecto.

Debe tenerse también cuidado en la medida de líneas o cables instalados, que la línea de corriente alterna utilizada no tenga contacto a tierra, pues en estas condiciones hay veces en que la lectura se hace absolutamente imposible por oscilar continuamente la aguja. Ahora bien, como es imposible que una línea industrial esté absolu-

tamente aislada, se hace necesario o disponer de un generador especial, o intercalar en la línea industrial un pequeño trasformador cuya relación de transformación sea la conveniente para tener en los bornes del secundario el voltaje adecuado al faradímetro.

Una de las aplicaciones más interesantes de los faradímetros es determinar el punto de rotura de un hilo de un cable.

30. Faradímetros de la Red.—Son tres, a saber:

Faradímetro transportable, con escala de 0 a 3 microfaradios.

Aprecia 0,02 microfaradios.

Faradímetro con escala de 0 a 0,1. Aprecia 0,001.

Idem con escala 0 a 0,05. Aprecia 0,0005.

CAPÍTULO VI

Patrones de resistencia, autoinducción y capacidad

Resistencias para corrientes débiles.—Aplicación a la determinación de la distancia a la cual se ha producido un cruce; caso en que el hilo piloto es de menor resistencia; caso general.—

Resistencias para corrientes intensas.—Patrones de autoinducción. Patrones de capacidad.

31. Resistencias para corrientes débiles.—Posee la Red las siguientes; de la casa Hartmann:

Un reostato de precisión con clavijas que comprende las siguientes resistencias:

0,1 ohmios

0,2 »

0,3 »

0,4 »

Combinando varias de estas resistencias se pueden obtener 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9 y 1 ohmios.

Este reostato puede resistir sin temor de avería ni alteración en el valor de las resistencias una carga máxima de 1,5 amperios.

Un reostato de precisión con clavijas, con las siguientes resistencias:

1 ohmios

2 »

3 »

4 »

con las cuales se pueden hacer las 5, 6, 7, 8, 9 y 10 ohmios. Este reostato admite carga hasta 0,6 amperios.

Dos resistencias patrones de 10 ohmios. Tienen una clavija que permite poner la resistencia en corto circuito.

32. Aplicación a la determinación de la distancia a que se ha producido un cruce.—La principal aplicación de estas resistencias es para medir el cruce de dos hilos, conforme al método que se explicó en el capítulo II. En la figura 42 se indica el montaje.

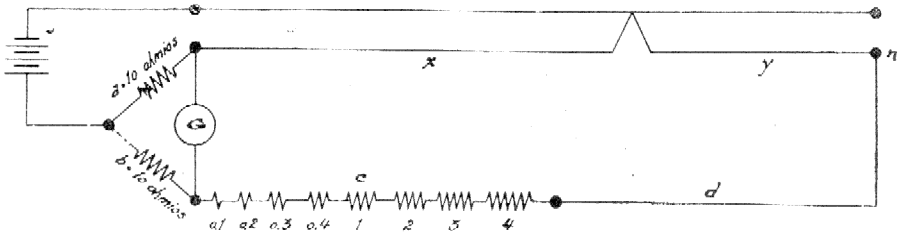


Fig. 42

Este montaje es solamente aplicable al caso en que el hilo piloto d es de menor resistencia que el xy . En efecto, sabemos que (véase pág. 23)

$$x = \frac{a(c + d + A)}{a + b}$$

pero en el caso presente $a = b = 10$

luego $x = \frac{1}{2}(c + d + A)$

pero $d = kA$ siendo $k < 1$

luego $x = \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}A + \frac{k}{2}A$

Como puede verse, con este montaje sólo puede medirse la avería en el caso de estar más allá de la mitad de la línea.

Supongamos, p. ej., que $k = \frac{1}{2}$

$$x = \frac{1}{2}c + \frac{3}{4}A$$

Se ve desde luego que la avería que se puede medir en este caso concreto ha de estar en el último cuarto de la línea; y como $\frac{1}{2}c$ en el caso máximo son 5,5 ohmios, sólo podremos medir la avería si la resistencia desde la avería a los $\frac{3}{4}$ de la línea no llega a 5,5 ohmios.

En la generalidad de los casos se adopta el montaje de la fig. 43.

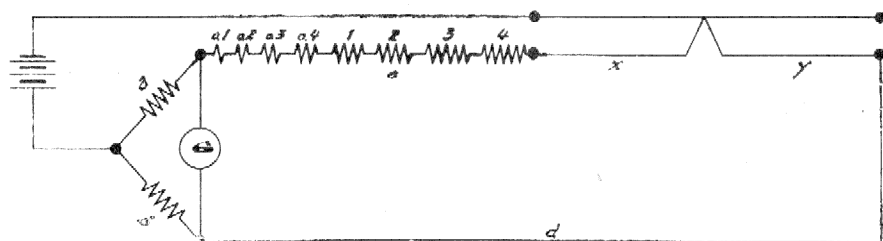


Fig 43

En este caso tenemos

$$a(d + y) = b(x + c)$$

$$x + y = A$$

$$x = \frac{a(A + d) - bc}{a + b}$$

Supongamos que el hilo piloto tenga igual resistencia que el xy

$$a = b = 10$$

$$d = A$$

$$x = A - \frac{1}{2}c$$

Por tanto, con este montaje puede medirse toda avería a partir del extremo opuesto de la línea hasta una distancia tal que la resistencia desde dicho extremo sea 5,5 ohmios.

33. Resistencias para intensidades elevadas.—Las que posee la Red son todas reostatos de décadas de la casa Hartmann. A continuación indicamos las resistencias de que se componen y la corriente máxima que pueden tolerar:

Número de resistencias	Valor de cada resistencia en ohmios	Intensidad máxima en amperios
10	0,1	10
10	1	3,16
10	10	1
10	100	0,316
10	1000	0,1

34. Patrones de autoinducción.—Posee esta Red los siguientes, de la casa Hartmann.

Resistencia
en ohmios
a 20°

Un autoinducción en carrete de porcelana de 0,0001 henrys.	0,25
Un id. id. id. de 0,001 id.	0,80
Un id. id. id. de 0,01 id.	4,73
Un id. id. id. de 0,1 id.	25,35
Un id. id. id. de 1 id.	220,—

35. **Patrones de capacidad.**—Posee la Red uno de 10 microfaradios. No se trata de un patrón de precisión, sino de varios condensadores industriales que puestos en cantidad suman 10 microfaradios, según medida practicada con un faradímeter Weston. Se usa en la medida de coeficientes de autoinducción como se explicará en el capítulo siguiente.

CAPÍTULO VII

Medida de coeficientes de autoinducción

Método directo, o del voltímetro y amperímetro.—Método del fasímetro.—Método de la capacidad; teoría; uso del puente de Wheatstone; precauciones.

36. **Método directo.**—Consiste en aplicar un voltaje alterno conocido mediante voltímetro electrodinamométrico, y medir la intensidad también, con electrodinamómetro. La operación se dispone en la forma que indica la fig. 44.

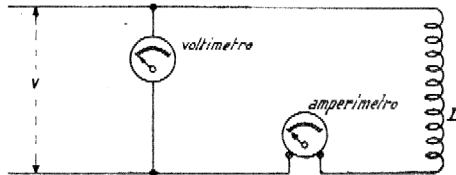


Fig. 44

$$V = I \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} = I \sqrt{r^2 + 4 \pi^2 f^2 L^2}$$

de donde

$$L = \frac{\sqrt{\frac{V^2}{I^2} - r^2}}{2\pi f}$$

En esta fórmula V es el voltaje eficaz expresado en voltios; I la intensidad eficaz en amperios; r la resistencia en ohmios; f la frecuencia en períodos por segundo. L viene dado en henrys. El valor de r hay que determinarlo previamente por el método del puente o por el método del amperímetro y voltímetro, utilizando corriente continua.

37. Método del fasímetro.—Sabemos que

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{r} = \frac{2\pi f L}{r}$$

de donde

$$L = \frac{r \operatorname{tg} \varphi}{2\pi f}$$

φ se determina por el fasímetro y r por el puente. Es indispensable conocer la frecuencia f de la corriente alterna aplicada.

38. Método de la capacidad.—Está fundado en las propiedades del período de iniciación y ruptura de la corriente continua. Supongamos un circuito tal como se indica en la figura 45.

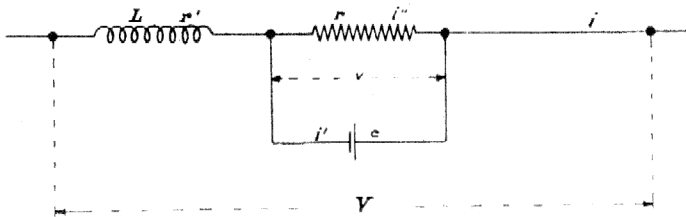


Fig. 45

En el período variable se tiene:

$$i' = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv}{dt}$$

$$i'' = i - C \frac{dv}{dt}$$

$$v = ri'' = ri - cr \frac{dv}{dt} \quad (A)$$

$$V = r'i + L \frac{di}{dt} + ri - cr \frac{dv}{dt}$$

Si los efectos de la autoinducción y de la capacidad han de neutralizarse precisa que

$$L \frac{di}{dt} = cr \frac{dv}{dt}$$

Esta igualdad no se cumple instantáneamente, pero se puede cumplir en el valor medio

$$\frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di}{dt} dt = \frac{1}{T} \int_0^T cr \frac{dv}{dt} dt$$

llamando T al tiempo que media desde el cierre del circuito hasta el establecimiento del régimen permanente. De la anterior ecuación se deduce

$$\int_0^T L di = \int_0^T cr dv$$

En el momento inicial se tiene

$$\begin{aligned} i &= 0 \\ v &= 0 \end{aligned}$$

En efecto, $v = 0$ porque el condensador no está cargado; $i = 0$ porque de lo contrario el incremento di entre los momentos 0 y $0 + dt$ sería finito y, por tanto, $L \frac{di}{dt}$ infinito.

Integrando, pues, entre $\begin{cases} v = 0 \\ i = 0 \end{cases}$ y los valores V e I del régimen permanente, se obtiene

$$LI = crV$$

Pero, en el régimen permanente

$$V = rI$$

puesto que toda la corriente pasa por r . Luego

$$L = cr^2$$

Si en vez de considerar el régimen inicial, consideramos el final, todo se reduce a invertir los límites de la integración y también se llega a la fórmula

$$L = cr^2$$

Para aplicar este método se utiliza el puente de Wheatstone en la siguiente forma (fig. 46):

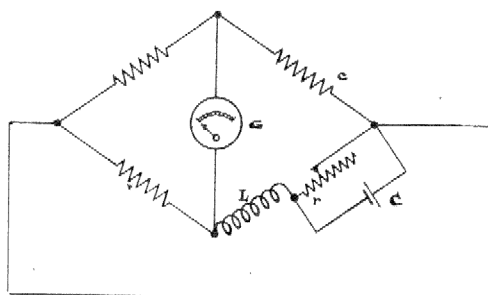


Fig. 46

r es una resistencia variable y C una capacidad fija, v. g., 10 microfaradios.

Se empieza por equilibrar el puente estáticamente y cuando ya el galvanómetro marca cero hay que equilibrarlo para el período de apertura y cierre, variando r . Claro es que cada variación de r requiere variar la resistencia de comparación c para mantener el equilibrio estático. Cuando variando la resistencia r se llega a cambiar el sentido de la impulsión ⁽¹⁾, entre este valor y el anterior de r está el que produce el equilibrio y entonces se tiene

$$L = Cr^2$$

En esta fórmula C viene en faradios, r en ohmios y L en henrys.

Hay que tener extraordinario cuidado de que, de los dos botones que lleva el puente, se cierre primero el correspondiente al galvanómetro y luego el de la pila, pues, de verificar lo contrario, el galvanómetro no acusaría el período de establecimiento o de fin de la corriente.

(1) Para la misma maniobra, se entiende, porque claro está que la apertura produce efecto contrario al cierre.

Para mayor exactitud conviene emplear el galvanómetro de sensibilidad media cuando menos o, en su defecto, un fuerte voltaje, v. g. 40 voltios, para lo cual son sumamente cómodos los bloques de pilas que permiten tomar al principio un voltaje bajo para los primeros tanteos (a fin de no producir sacudidas violentas en el galvanómetro) e irlo aumentando después.

La capacidad C conviene que sea elevada (cuando menos 10 microfaradios) pues así se aumenta el efecto dinámico e influye menos el valor de la resistencia r que por estar elevado al cuadrado en la fórmula puede dar errores de consideración si C es pequeño y no se determina r con extrema precisión, lo cual es difícil.

La resistencia variable r la formamos con las resistencias detalladas en el anterior capítulo.

CAPÍTULO VIII

Combinaciones de aparatos

Objeto de este estudio.—Empleo del voltímetro para medir resistencias; resistencias máximas y mínimas que pueden medirse; empleo del shunt para medir resistencias más pequeñas.—
Uso del voltímetro como amperímetro.—Empleo de las resistencias para formar puentes.

39. **Objeto.**—No siempre se tiene a mano todos los elementos adecuados para realizar una medida; y para tales casos es muy conveniente saber el partido que se puede sacar de un aparato cualquiera para realizar medidas ajenas a su destino propio. Es lo que vamos a explicar en el presente capítulo.

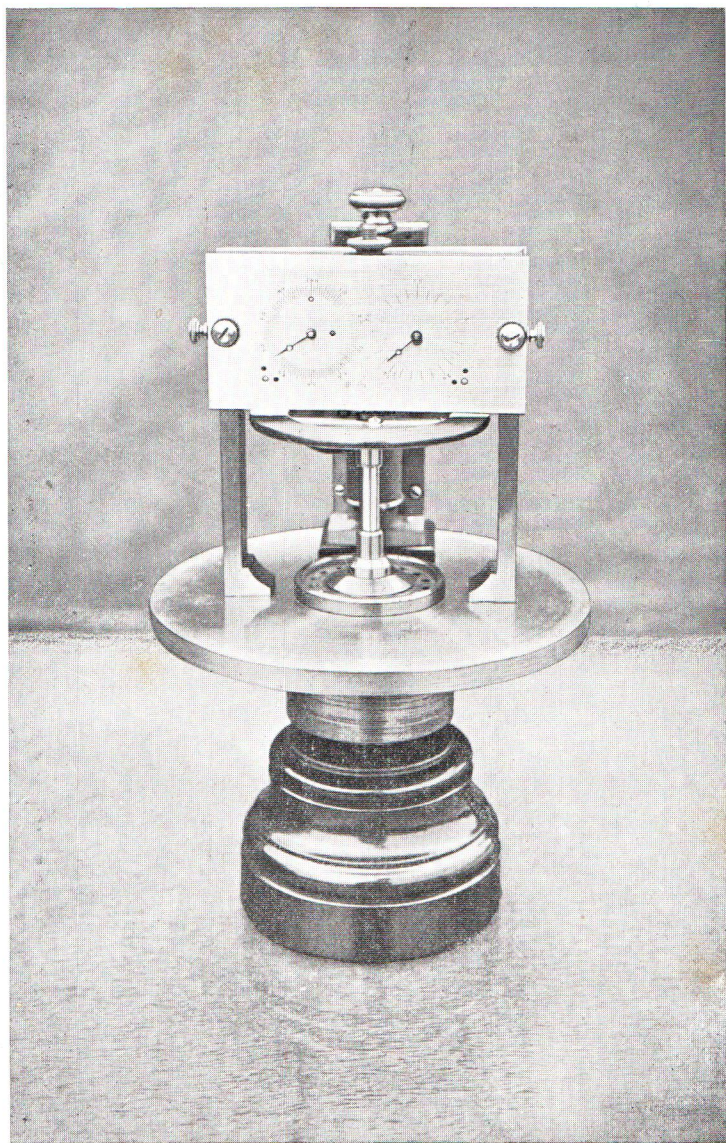
40. **Usos de un voltímetro.**—Se puede emplear para medida de resistencias. Llamemos R a la resistencia del voltímetro y X a la que tratamos de medir. Puesto el voltímetro en cortocircuito sobre una batería de potencial V , tendremos

$$V = RI_c$$

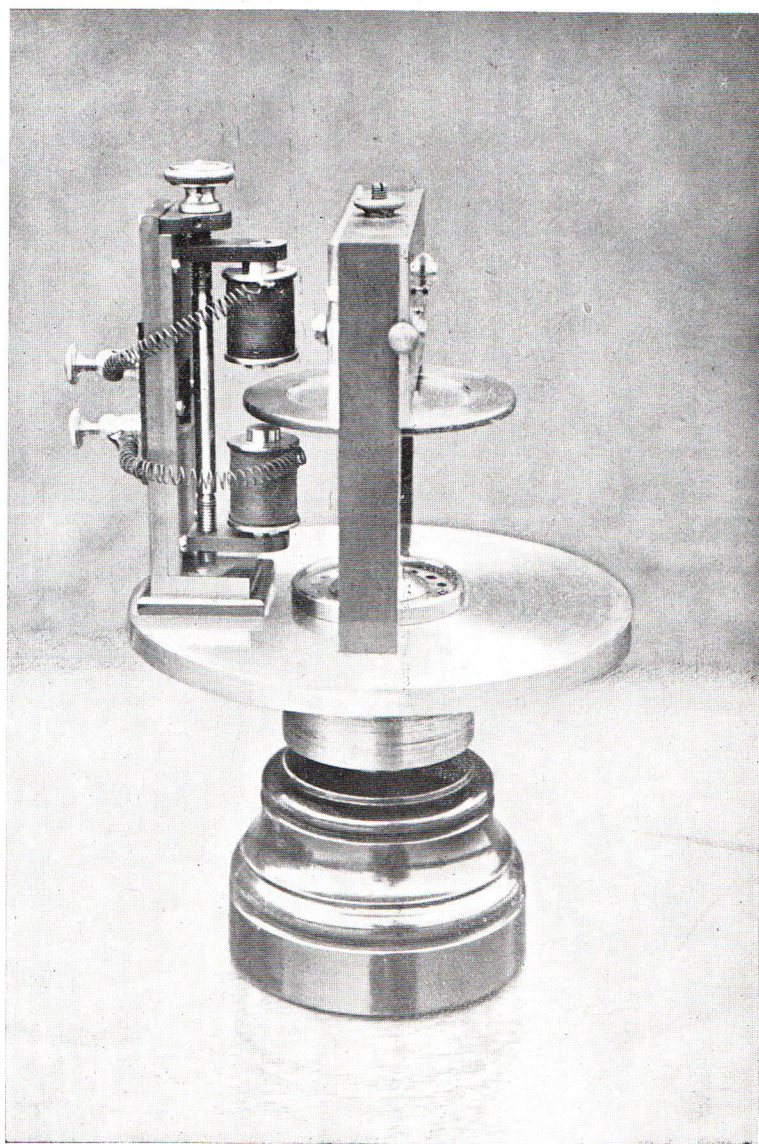
siendo I_c la corriente que circula por el voltímetro puesto en cortocircuito. V es la indicación del propio aparato. I_c nos es desconocido.

Pongamos ahora en serie la resistencia X . Tendremos

$$V = V_x + XI_x$$



Sirena
Vista de frente



Sirena

Vista de costado

siendo V_x la indicación actual del aparato e I_x la corriente establecida que desconocemos; pero

$$\begin{aligned} \frac{I_c}{I_x} &= \frac{R + X}{R} \\ I_x &= I_c \frac{R}{R + X} = \frac{V}{R + X} \\ V &= V_x + \frac{VX}{R + X} \\ X &= \frac{R(V - V_x)}{V_x} \quad (A) \end{aligned}$$

Veamos ahora los límites a que podemos llegar en la medida de resistencias por este procedimiento. La resistencia medida será infinita si $V_x = 0$. Si por el contrario $V_x = V$, entonces $X = 0$. Vemos, pues, que teóricamente el voltímetro puede medir todas las resistencias imaginables; pero falta ver la aproximación. Supongamos que la división menor del voltímetro sea $\frac{1}{n}$ de la escala total $V_{\text{máx}}$; es evidente que no podemos apreciar resistencias correspondientes a un valor V_x superior a

$$V_x = V_{\text{máx}} \frac{n-1}{n}$$

luego

$$X_{\text{mín}} = \frac{RV_{\text{máx}} \left(1 - \frac{n-1}{n}\right)}{V_{\text{máx}} \frac{n-1}{n}} = R \left(\frac{n}{n-1} - 1\right) \quad (1)$$

Supongamos, por ejemplo, que se trata de un voltímetro con una resistencia de 3000 ohmios y 150 divisiones

$$V_{\text{mín}} = 3000 \left(\frac{150}{149} - 1\right) = 19'8 \text{ ohmios.}$$

(1) Suponemos que el voltaje utilizado es $V_{\text{máx}}$, es decir, el máximo que puede acusar el aparato. Si se utilizase un voltaje inferior la sensibilidad sería menor, es decir, aumentaría el valor de $X_{\text{mín}}$. En efecto, en la fórmula (A), como $V - V_x$ es en este caso la menor división apreciable, el numerador es constante; luego al disminuir el voltaje y, por tanto, V_x , X aumenta.

Por el contrario, el menor valor legible de V_x es

$$V_x = \frac{V_{\text{máx}}}{n}$$

$$X_{\text{máx}} = \frac{R V_{\text{máx}} \left(1 - \frac{1}{n}\right)}{V_{\text{máx}} \frac{1}{n}} = R (n - 1)$$

En el caso del voltímetro anterior

$$X_{\text{máx}} = 3000 \cdot 149 = 447000 \text{ ohmios.}$$

El límite inferior de las medidas puede extenderse considerablemente valiéndose de un shunt. Supongamos, en efecto, que shuntamos el anterior voltímetro con una resistencia tal que sus indicaciones se hacen N veces menores. Tendremos

$$V = \frac{R I_c}{N} \quad (\text{fig. 47})$$

$$V = V_x + X I_x \quad (\text{fig. 48})$$

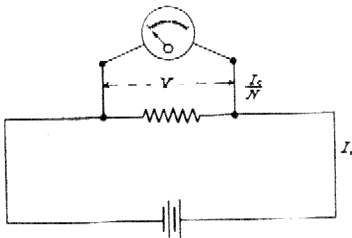


Fig. 47

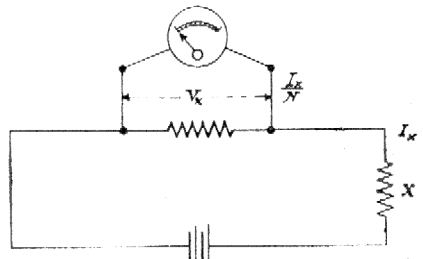


Fig. 48

Pero la resistencia combinada r del voltímetro y shunt es

$$r = \frac{R}{N}$$

luego

$$\frac{I_c}{I_x} = \frac{\frac{R}{N} + X}{\frac{R}{N}}$$

$$I_x = I_c \frac{R}{R + NX} = \frac{VN}{R + NX}$$

$$V = V_x + \frac{XV_N}{R + NX}$$

$$X = \frac{(V - V_x)R}{V_x N}$$

Esta fórmula se convierte en la anterior $X = \frac{R(V - V_x)}{V_x}$ cuando $N = 1$.

Debemos advertir que, en general, no se pueden usar en este caso los shunts universales, pues la resistencia de los voltímetros es muy elevada.

De la anterior fórmula de X podemos deducir el valor de X_{\min} que es N veces menor que en el caso de no emplear shunt.

*
* *

Un voltímetro con graduación de pocos voltios puede servir de amperímetro para grandes intensidades derivándolo entre los extremos de una resistencia.

41. **Uso de las resistencias.**—Con resistencias sueltas se pueden hacer puentes Wheatstone de resultado tan satisfactorio como los contruídos *ad hoc*, aunque siempre su manejo es menos cómodo.

CAPÍTULO IX

Fotometría

Primeras nociones. Primer teorema relativo a las distancias.—Segundo teorema relativo a la inclinación de las superficies.—Modo de producir iluminaciones dadas.—Flujo o caudal luminoso; cantidad de luz.—Intensidad luminosa.—Unidades fotométricas.—Medida de la intensidad.—Fotómetro Joly.—Lámpara Hefner.

42. **Primeras nociones.**—Una de las primeras nociones que adquirimos en punto a fotometría es la de la *iluminación*. Una superficie está más *iluminada* que otra, cuando impresiona más vivamente nuestra retina, suponiendo que ésta se halle a la misma distancia de una y otra y en idénticas condiciones para observarlas.

La vista no puede *medir* la iluminación. Sólo puede apreciar, adoptando las necesarias precauciones, la igualdad o desigualdad.

Por lo tanto, para medir la iluminación, es preciso remontarnos a la causa de la iluminación. Cuando siendo la causa constante afecta a doble superficie, decimos que la iluminación es mitad; cuando afecta a mitad de superficie, doble, etc.; sin que sepamos si las impresiones causadas en la retina (en igualdad de condiciones de observación) serán también mitad y doble, puesto que no hay manera de medirlas.

La causa de la iluminación es la *luz* y la de ésta un *foco* donde tienen lugar fenómenos eléctricos, químicos, etc. La medida de estos fenómenos, que en general es posible, puede servirnos de guía en fotometría, aunque la ley que relaciona estos fenómenos con la luz emitida sea harto compleja y desconocida en muchos casos. Pero, desde luego, podemos afirmar, y es bien importante, que dos focos iguales en absoluto emiten siempre igual cantidad de luz, puesto que iluminan siempre igualmente en las mismas direcciones y la luz es causa de la iluminación.

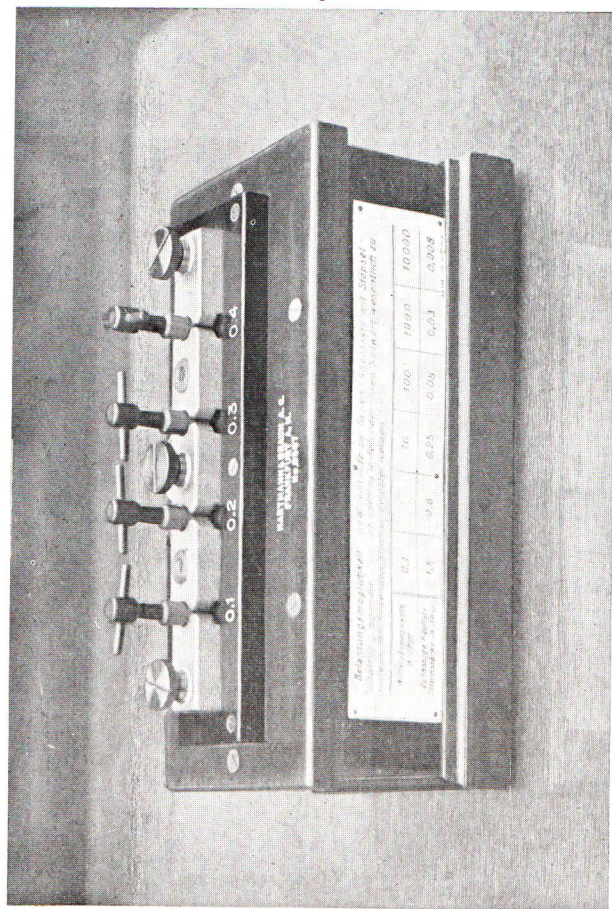
43. La iluminación de una superficie es inversamente proporcional a su distancia al foco luminoso.—Supongamos que éste es puntiforme. Como la luz se propaga en línea recta, la cantidad de luz que fluye dentro de un cono elemental (infinitesimal) cuyo vértice sea el foco, ha de ser constante y, por tanto, las secciones al mismo paralelas entre sí tendrán iluminaciones inversamente proporcionales a estas superficies, o sea, al cuadrado de las distancias que es lo que se quería demostrar.

Si en vez de ser puntiforme el foco, tuviese ciertas dimensiones, podríamos considerarlo como suma de focos puntiformes y la relación subsiste siempre que las distancias de los puntos considerados a los distintos puntos del foco se puedan considerar como iguales.

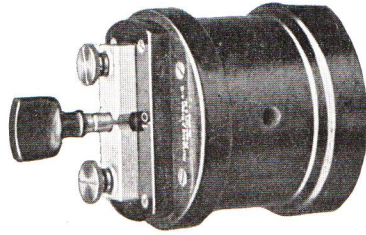
44. La iluminación es proporcional al coseno del ángulo formado por la superficie con la normal a los rayos luminosos.—En efecto, llamando α a este ángulo es evidente que un elemento normal de superficie

$$ds' = ds \cos \alpha$$

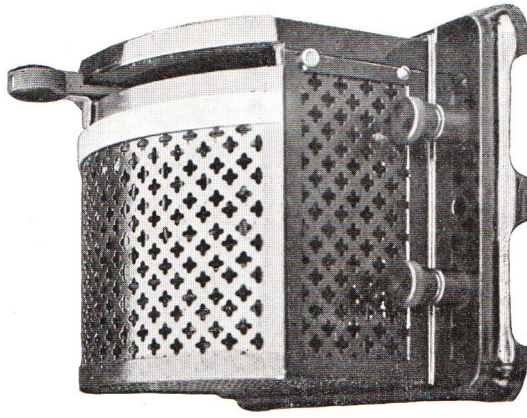
recibe igual luz. Luego llamando i e i' a las iluminaciones en el elemento inclinado y en el normal



Caja de resistencias para intensidades débiles.
Construida por Hartmann & Braun, de Frankfurt A/M



**Resistencia Hartmann & Braun, de 10
ohmios, para intensidades débiles**



**Resistencia Hartmann & Braun de décadas
para intensidades fuertes**

$$i = i' \frac{ds \cos \alpha}{ds} = i' \cos \alpha$$

45. **Modo de iluminar una superficie en proporción determinada.**—Conocidos los anteriores teoremas, podemos ya producir iluminaciones determinadas sobre una superficie. En efecto, supongamos que sobre una superficie dada, a una distancia d del foco tenemos una iluminación uniforme (esto se logra fácilmente cuando el foco está algo alejado y la superficie no es muy extensa). Supongamos que queremos duplicar la iluminación; tomaremos un foco de intensidad tal que produzca una iluminación igual i desde una distancia $d\sqrt{2}$. Por lo tanto este foco a la distancia d producirá una iluminación

$$i \frac{d^2 (\sqrt{2})^2}{d^2} = 2i$$

No tenemos, pues, más que sustituir el anterior foco por el nuevo y tendremos la iluminación doble.

46. **Flujo o caudal luminoso.**—Es el producto de la iluminación por la superficie. El flujo emitido por un foco se determina por la integral

$$\int i ds$$

que afecta a una superficie cualquiera que envuelve al foco.

Cantidad de luz es el producto del flujo por el tiempo.

47. **Intensidad luminosa.**—Es el producto de la *iluminación* por el cuadrado de la distancia al foco

$$I = ir^2$$

Si el foco es puntiforme o, no siendo puntiforme, si se pueden considerar iguales las distancias a los diversos puntos del foco la intensidad es constante a lo largo de cualquier recta que parta del foco. En efecto, según hemos visto en el núm. 43

$$i = \frac{k}{r^2}$$

siendo k una constante; de donde

$$I = ir^2 = k$$

Hemos visto (46) que el flujo

$$\Phi = \int i ds$$

y, por tanto, en una superficie en que la iluminación sea uniforme el flujo recibido es

$$\Phi = i s$$

pero

$$I = i r^2$$

luego

$$I = \frac{\Phi}{s} r^2 = \frac{\Phi}{s} = \frac{\Phi}{\omega r^2}$$

siendo ω el ángulo sólido cuyo vértice es el foco.

47. Unidades fotométricas.—Se parte siempre de la unidad de *intensidad*.

Es unidad de *intensidad*, la intensidad procedente de un foco dado en *dirección horizontal*.

Los focos adoptados son varios; he aquí los principales:

Lámpara *Cárcel* que consume 42 gramos de aceite por hora. En consumos que no difieran del 10 % de éste, la intensidad se puede considerar proporcional al consumo.

La bujía inglesa de blanco de ballena, de 6 en libra inglesa.

La bujía alemana de parafina de 12 en kilogramo.

La lámpara con mecha *Hefner* quemando acetato de amilo y de altura de llama 40 mm.

El patrón *Violle* correspondiente a la luz emitida por un cm.² de platino a la temperatura de solidificación (1775° C).

La bujía decimal igual a la vigésima parte del patrón *Violle*.

He aquí la relación entre estas diversas unidades.

UNIDADES	Hefner	Bujía alemana	Bujía inglesa	Cárcel	Bujía decimal
Hefner	1	0,833	0,877	0,092	0,855
Bujía alemana	1,20	1	1,05	0,110	1,047
Bujía inglesa.....	1,14	0,950	1	0,105	0,997
Cárcel	10,87	9,050	9,53	1	9,6
Bujía decimal.....	1,13	0,955	1,003	0,104	1

Como se ve, todas las unidades difieren poco entre sí, a excepción de la *Cárcel* que es unas 10 veces mayor.

Hoy en día se usa exclusivamente la *bujía decimal* como unidad. La unidad de *iluminación* es el *Lux*. Como

$$i = \frac{1}{r^2}$$

el *Lux* es la iluminación producida por una bujía a un centímetro de distancia del foco siendo la superficie iluminada normal a los rayos.

La unidad de flujo es el *Lumen* igual al *Lux* multiplicado por un cm^2 ; es decir, es el flujo que recibe la superficie de 1 cm^2 iluminado con un *Lux*.

48. **Medida de la intensidad.**—Un foco queda definido por la intensidad que emite; pero esta intensidad es distinta según la dirección. Por tanto, para comparar dos focos habría en rigor que referirse a la intensidad media esférica.

Pero, en general, sobre todo con bombillas, suele limitarse a determinar la intensidad media horizontal; generalmente es muy poca la diferencia de intensidad de una horizontal a otra.

La medida de la intensidad se practica haciendo iluminar dos superficies contiguas, una por la lámpara a medir y otra por la lámpara patrón. Se varían las distancias hasta igualar la iluminación; entonces se tiene

$$i_1 = i_2$$

pero

$$i_1 = \frac{I_1}{r_1^2} \qquad i_2 = \frac{I_2}{r_2^2}$$

luego

$$I_1 = I_2 \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

Conocemos la intensidad patrón I_2 y las distancias r_1 y r_2 , luego podemos calcular I_1 .

49. **Fotómetro Joly.**—Se destina a determinar la intensidad horizontal de las lámparas de incandescencia, por comparación con otras previamente graduadas. Ofrece la inmensa ventaja de poderse

trabajar a plena luz, pues los focos *a* y *b* que se tratan de ensayar están encerrados en cámaras A y B (Fig. 49) pintadas interiormente de negro mate, para evitar los efectos de la reflexión. Las dos cámaras están unidas por un tubo MN también pintado de negro mate. Hay un sistema móvil formado por una lámina de hierro pintada de

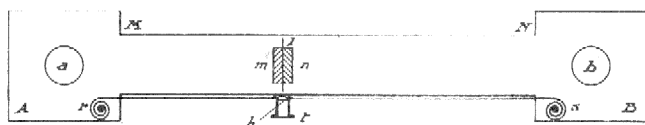


Fig. 49

negro *l*, dos vidrios traspalantes *m* y *n* de grueso de un cm. próximamente y un tubo *t* con una lente *h* para observarlos. Para poder correrse el sistema *lmnht*, necesita el tubo MN una ranura en la parte anterior; esta ranura la tapa una cinta de acero que se devana en rollos *r* y *s*.

Los focos *a* y *b* iluminan los cristales traspalantes *m* y *n*; se traslada el sistema móvil hasta que la iluminación sea igual y entonces la ecuación

$$I_1 = I_2 \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

da resuelto el problema. Pero para mayor comodidad el tubo MN lleva al exterior una escala que marca para cada posición del sistema móvil la proporción de intensidad de los dos focos.

Pudiera ocurrir que los cristales MN no tuviesen estructura idéntica y que, por tanto, no impresionasen igualmente la retina a igualdad de iluminación. Para prevenir este defecto, el sistema *mnl* es giratorio y se pueden colocar a voluntad los cristales a un lado y a otro. Así, después de haber llegado a igualar la iluminación, se hace girar el sistema y la igualdad debe persistir.

50. **Lámpara Hefner.**—Posee la Red una lámpara de esta clase, construída por la casa A. Krüss de Hamburgo. (Fig. 50).

Como sabemos, quema acetato de amilo. Se gradúa su intensidad por la altura de la mecha que va encerrada en un tubo cilíndrico de melchor, de 8 mm. de diámetro interior, 8,3 de diámetro exterior y 25 mm. de altura. El diámetro exterior influye en la intensidad

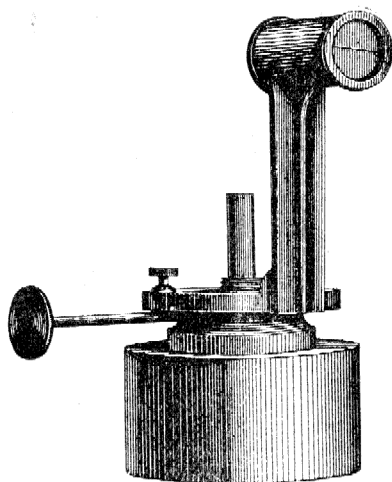


Fig. 50

emitida, por razón del mayor o menor enfriamiento. No debe utilizarse la lámpara hasta 10 minutos después de encendida. Con 40 milímetros de altura de llama, la intensidad del Hefner es de 0,855 bujías decimales.

Para determinar la altura de la llama se usan visores. Uno es de visión directa enfilando la punta de la llama con dos cerdas horizontales. El segundo, merced a una lente, dibuja invertida la punta de la llama sobre un vidrio deslustrado en que se halla grabada la línea de fe. (Fig. 51).

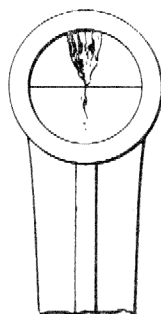


Fig. 51

Para comprobar los visores, existe una pieza (Fig. 52) que se coloca sobre el tubo de la mecha.

Este aparato lleva, como suplementos, disposiciones para medir el alargamiento de las muestras y para hacer ensayos a compresión.

52. **Ensayos a flexión.**—Los alambres se ensayan a flexión, sujetándolos entre mordazas cuyos labios tienen un radio determinado, y haciendo girar repetidas veces sobre ellas 180° al extremo que sobresale, hasta ocasionar su ruptura; cuantas más flexiones aguante, mayor es su resistencia.

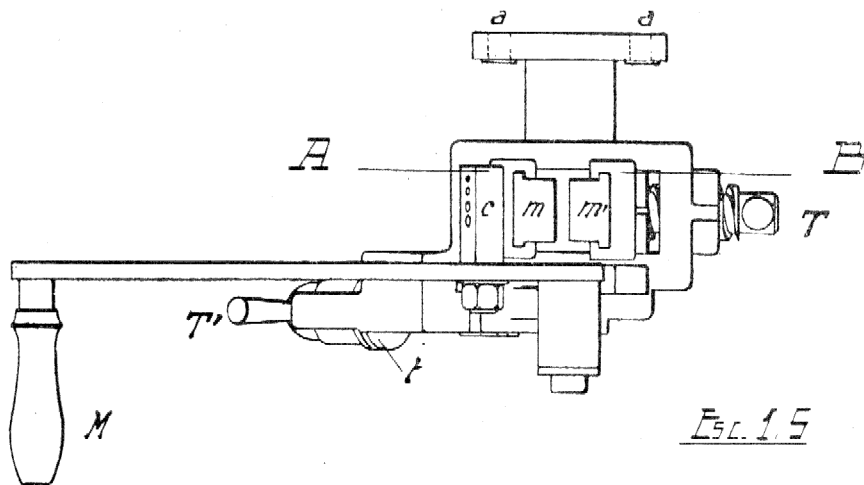


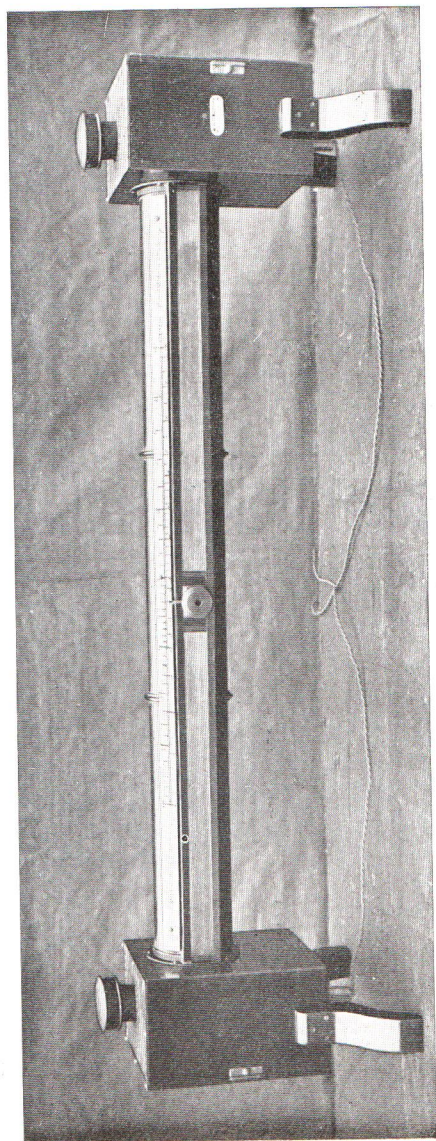
Fig. 55

Para hacer estas pruebas en las debidas condiciones sirve el aparato representado en alzado en la figura 54, en planta en la 55 y en corte en la 56.

El hilo se coloca entre las mordazas m y m' y el extremo que sobresale se le hace pasar por el agujero de la pieza c de diámetro igual al del alambre (Fig. 57). Además de la pieza c representada en la figura 57 hay otra cambiante correspondiente a diámetros menores.

Mediante la manivela M se hacen las flexiones de 180° hasta provocar la rotura. El torno T sirve para apretar las mordazas, empujando a la m contra la m' que es fija.

El torno T' sirve para centrar el eje de la manivela M haciendo que coincida exactamente con la intersección de los ejes de los trozos horizontal y vertical del alambre en flexión, a cuyo efecto le hace ascender oblicuamente. Para saber la posición que debe adoptar



Fotómetro Joly.

Construido por A. Pfeiffer, de Wetzlar (Alemania)

según el grueso del alambre, hay una escala e ; t es una contratuerca de fijación.

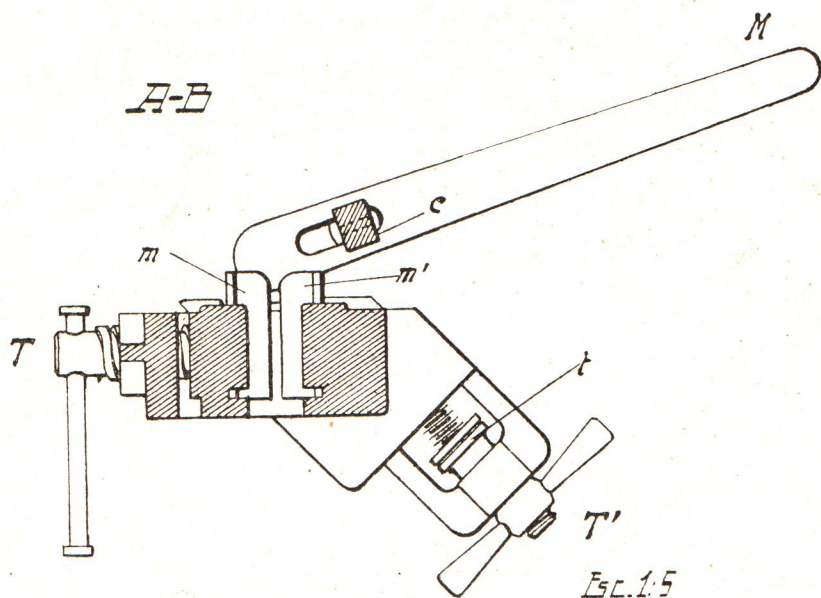


Fig. 56

Las mordazas m y m' pueden sustituirse por otras de distinto radio de curvatura.

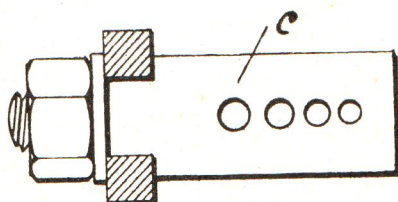


Fig. 57

El aparato en conjunto puede sujetarse con pernos a la pared o al aparato de ensayos por tracción mediante los orificios a .

APÉNDICES

I

Adiciones al Capítulo II

Cálculo de los brazos de proporción que producen el máximo de desviación en el galvanómetro, en las medidas con el puente de Wheatstone.—Medidas de la situación de contactos a tierra; disposición del puente valiéndose de un hilo calibrado; dificultades de la operación cuando las resistencias son pequeñas; cálculo de la resistencia más conveniente del hilo calibrado.

53. **Puente Wheatstone: brazos de proporción más convenientes.**—Las medidas con el puente Wheatstone entrañan en ocasiones algunas dificultades, bien por no disponer de galvanómetro suficientemente sensible, por escasez del voltaje disponible o por la excesiva resistencia de éste con relación a la que se trata de medir.

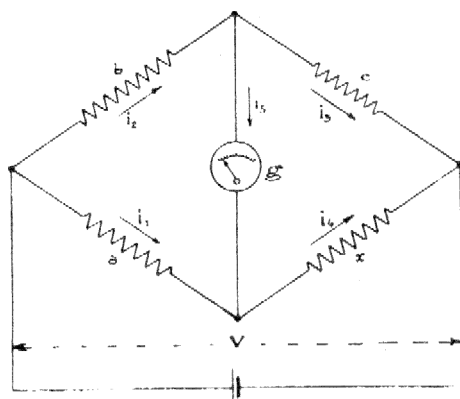


Fig. 58

En efecto (Fig. 58), si x y c presentan una resistencia muy inferior a la del galvanómetro, viene a constituir un fuerte shunt de éste.

En los casos en que ocurren estas dificultades, puede ser conveniente el calcular cuáles son los brazos de proporción más adecuados

para obtener la máxima desviación en el galvanómetro. Es lo que vamos a examinar a continuación ⁽¹⁾.

En los circuitos de la figura 58 se verifica

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 + i_2 = i_3 + i_4 \\ i_2 = i_5 + i_3 \\ V = bi_2 + ci_3 \\ V = ai_1 + xi_4 \\ bi_2 + gi_5 = ai_1 \end{array} \right.$$

En este sistema de ecuaciones podemos eliminar i_1 , i_2 , i_3 e i_4 y llegamos al siguiente valor de i_5 ⁽²⁾

$$i_5 = \frac{V(ac - bx)}{axb + axc + agb + agc + xgb + xgc + abc + bcx} \quad (1)$$

(1) Vaschy en su «Tratado de electricidad y magnetismo», estudia esta misma cuestión y Gerard resume sus teorías en su tratado de «Medidas eléctricas». Pero a nuestro juicio la complicación de los cálculos de Vaschy no corre parejas con la importancia de los resultados deducidos ni con la comodidad necesaria para la determinación rápida de valores que exige la práctica. Por eso ensayamos aquí un método nuestro que celebraríamos lo encontrasen cómodo quienes se dedican a medidas eléctricas.

(2) La deducción de este valor de i_5 la indicamos a continuación:

De la segunda de las ecuaciones anteriores obtenemos

$$i_3 = i_2 - i_5$$

y substituyendo

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 = i_4 - i_5 \\ V = bi_2 + ci_2 - ci_5 \\ V = ai_1 + xi_4 \\ bi_2 + gi_5 = ai_1 \end{array} \right.$$

y de aquí

$$\left\{ \begin{array}{l} V = bi_2 + ci_2 - ci_5 \\ V = ai_4 - ai_5 + xi_4 \\ bi_2 + gi_5 = ai_4 - ai_5 \end{array} \right.$$

De la última de estas ecuaciones

$$i_2 = \frac{ai_4 - ai_5 - gi_5}{b}$$

y substituyendo

Como el momento que a nosotros nos interesa considerar, es cuando casi se ha establecido el equilibrio, podemos sin error sensible sustituir en el denominador x por $\frac{ac}{b}$ y resultará

$$i_3 = \frac{V (ac - bx)}{a^2c + \frac{a^2c^2}{b} + agb + agc + acg + \frac{agc^2}{b} + abc + ac^2}$$

y simplificando:

$$i_5 = \frac{b}{a} \frac{V (ac - bx)}{acb + ac^2 + gb^2 + 2cgb + gc^2 + b^2c + c^2b} \quad (II)$$

Ahora bien; los brazos de proporción guardan entre sí una relación generalmente muy sencilla 1 : 1, 1 : 10, 1 : $\frac{1}{10}$ etc. Llamemos, en

$$\begin{cases} V = (b + c) \frac{ai_4 - ai_5 - gi_5}{b} - ci_5 \\ V = (a + x) i_4 - ai_5 \end{cases}$$

de esta última ecuación se deduce

$$i_4 = \frac{V + ai_5}{a + x}$$

y finalmente

$$V = (b + c) \frac{a \frac{V + ai_5}{a + x} - ai_5 - gi_5}{b} - ci_5$$

Multiplicando ambos miembros por $b(a + x)$

$$Vb(a + x) = (b + c) [a(V + ai_5) - (a + x) ai_5 - (a + x) gi_5] - bc(a + x) i_5$$

de donde

$$Vb(a + x) - Va(b + c) - i_5(b + c)(a^2 - a^2 - ax - ag - - xg) - bc(a + x) i_5$$

o bien

$$V(ac - bx) = i_5(axb + axc + agb + agc + xgb + xgc + + abc + bcx)$$

de donde se deduce inmediatamente la expresión de i_5 consignada en el texto.

general, m a esta relación; m puede ser a los efectos de nuestros cálculos un número cualquiera, entero, fraccionario o inconmensurable. Tendremos:

$$b = ma$$

y sustituyendo

$$i_s = m \frac{Va (c - mx)}{a^2cm + ac^2 + ga^2m^2 + 2acgm + gc^2 + a^2cm^2 + c^2am}$$

y dividiendo los dos miembros por am

$$i_s = \frac{V (c - mx)}{ac + \frac{c^2}{m} + gam + 2cg + \frac{gc^2}{am} + acm + c^2} \quad (III)$$

Ahora bien, al establecerse el equilibrio

$$ac = bx$$

o bien

$$c = mx$$

de donde se ve que el valor del numerador de (III) depende solamente del acierto con que manejando c lleguemos a un equilibrio más o menos perfecto y una vez que hayamos llegado al límite que permite la fracción menor de ohmio de que conste c ya no podemos ameniguar el numerador. Réstanos, pues, hacer lo menor posible el denominador y, para esto, vamos a hallar su mínimo. Llamando, pues, D al denominador y derivando con relación a a tendremos:

$$\frac{dD}{da} = c + gm - \frac{mgc^2}{a^2m^2} + cm$$

e igualando a cero se obtiene

$$a = c \sqrt{\frac{g}{cm + gm + cm^2}} \quad (IV)$$

La derivada segunda es

$$\frac{d^2D}{da^2} = + \frac{2magc^2}{a^4m^2}$$

que para el valor de a dado por la fórmula (IV) es positiva; luego se trata de un mínimo.

Supongamos que $m = 1$

$$a = c \sqrt{\frac{g}{2c + g}} \quad (V)$$

Esto nos permite, una vez fijado el valor de g con relación a c , determinar el valor de a (también en función de c) que produce la mayor desviación en el galvanómetro. Así

Para $g = 0.c$	$a = 0.c$
» $g = c$	$a = \frac{c}{\sqrt{3}}$
» $g = 2c$	$a = \frac{c}{\sqrt{2}}$
» $g = 3c$	$a = \frac{c}{\sqrt{\frac{5}{3}}}$
» $g = 4c$	$a = \frac{c}{\sqrt{\frac{6}{4}}}$
» $g = \infty .c$	$a = c$

$a = c$ es, pues, la asíntota de la curva.

Para $g = \frac{3}{4} c$	$a = \frac{c}{\sqrt{\frac{11}{3}}}$	
» $g = \frac{1}{2} c$	$a = \frac{c}{\sqrt{5}}$	
» $g = \frac{1}{4} c$	$a = \frac{c}{\sqrt{9}}$	etc.

Con estos y otros valores se construye la curva de la figura 59 en que se ha tomado una longitud arbitraria para representar a c .

Si $m = 10$

$$a = \frac{c}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{g}{c + g + 10c}}$$

y despreciando c delante de $10c$, lo cual hace mucho más cómodos los cálculos

$$a = \frac{c}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{g}{g + 10c}} \quad (\text{VI})$$

$$\text{Para } g = 10c \quad a = \frac{c}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\gg g = 20c \quad a = \frac{c}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{1}{\frac{3}{2}}}$$

$$\gg g = 30c \quad a = \frac{c}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{1}{\frac{4}{3}}}$$

$$\gg g = \infty c \quad a = \frac{c}{\sqrt{10}}$$

que es la asíntota.

La figura 60 representa la curva de a habiéndose tomado por comodidad distinta escala para abscisas y ordenadas.

Del mismo modo las curvas de las figuras 61, 62 y 63 representan los valores de a para $m = 100$, $m = \frac{1}{10}$ y $m = \frac{1}{100}$ que son los valores más corrientes usados en el puente Wheatstone.

Las fórmulas son:

Para $m = 100$ (despreciando cm delante de cm^2)

$$a = \frac{c}{10} \sqrt{\frac{g}{g + 100c}} \quad (\text{VII})$$

Para $m = \frac{1}{10}$, despreciando cm^2 delante de cm

$$a = c \sqrt{10} \sqrt{\frac{g}{c + g}} \quad (\text{VIII})$$

y para $m = \frac{1}{100}$ despreciando el mismo término

$$a = 10 \cdot c \sqrt{\frac{g}{c + g}} \quad (\text{IX})$$

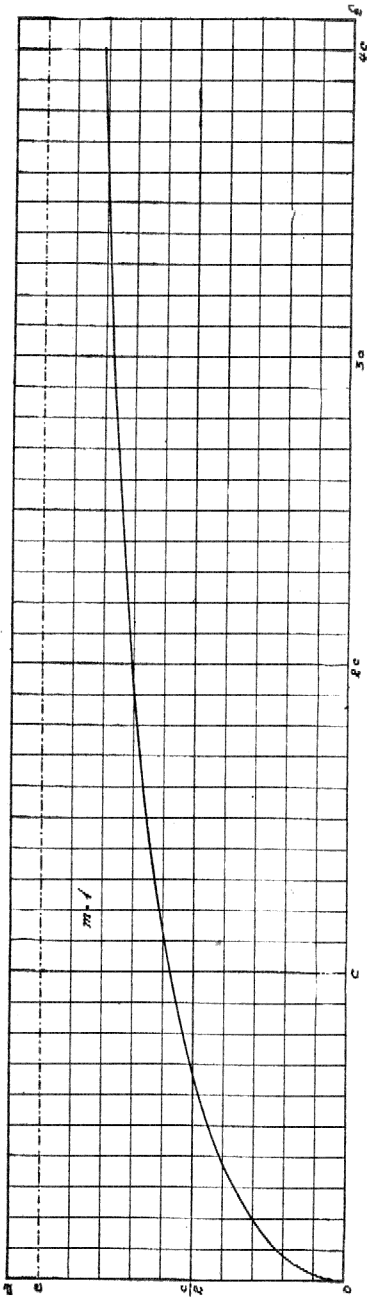


Fig. 30

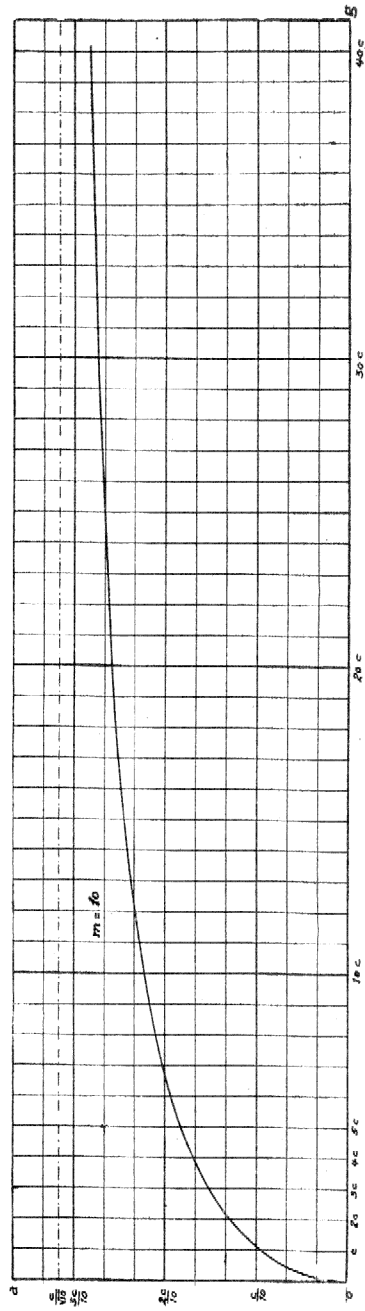


Fig. 60

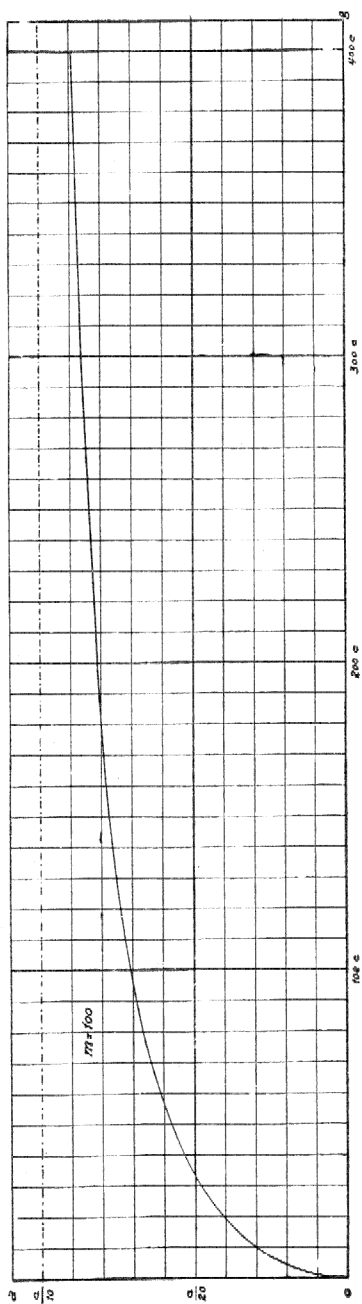


Fig. 61

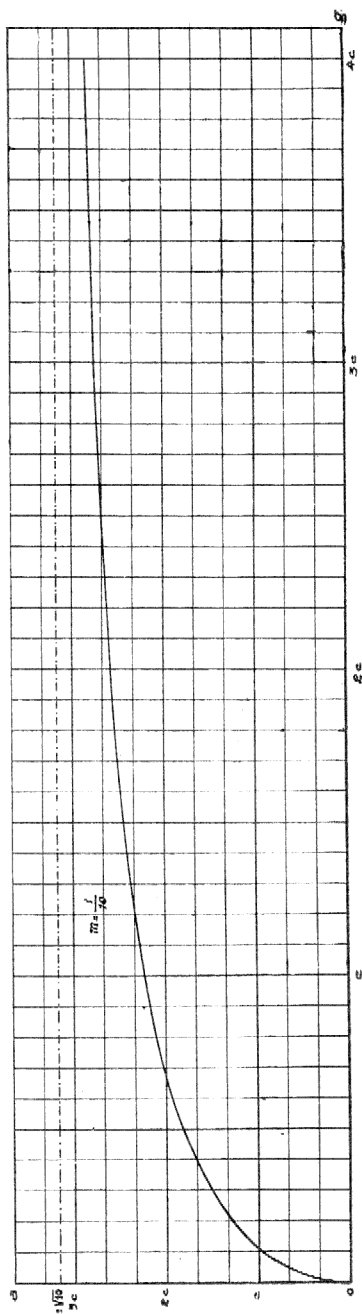


Fig. 62

Ejemplo. Supongamos que $g = 50$ ohmios y que x es también próximamente del mismo valor.

Primer caso: $m = 1$.

Como $c = x$, la curva o el cálculo por la fórmula (V) da:

$$a = \frac{c}{\sqrt{3}} = \frac{c}{1,732} = 0,577 c$$

Pero de

$$\begin{cases} a c = b x \\ b = m a \end{cases}$$

siendo

$$\begin{cases} m = 1 \\ x = 50 \text{ ohmios} \end{cases}$$

$$c = x = 50 \text{ ohmios}$$

$$a = b = \frac{50}{\sqrt{3}} = 28,85 \text{ ohmios}$$

que es la resistencia más conveniente para los brazos de proporción. Claro está que en la práctica no siempre es fácil disponer de estos brazos y hay que contentarse con usar los más parecidos.

Segundo caso: $m = 10$

La curva o el cálculo por la fórmula (VI) dan:

$$a = \frac{c}{\sqrt{110}} = \frac{c}{10,488} = 0,0953$$

$$b = 10 a$$

$$c = 10 x = 500 \text{ ohmios}$$

$$a = \frac{500}{\sqrt{110}} = 47,65 \text{ ohmios}$$

$$b = 10 a = 476,50 \text{ ohmios}$$

Tercer caso: $m = 100$

La curva o la fórmula (VII) dan:

$$a = \frac{c}{100}$$

además

$$b = 100 a$$

$$c = 100 x = 5000 \text{ ohmios}$$

$$a = \frac{5000}{100} = 50 \text{ ohmios}$$

$$b = 50 \cdot 100 = 5000 \text{ ohmios}$$

Cuarto caso: $m = \frac{1}{10}$

$$a = c \sqrt{5} = 2,236 c \quad (\text{fórmula VIII})$$

$$b = \frac{1}{10} a$$

$$c = \frac{1}{10} x = 5 \text{ ohmios}$$

$$a = 5 \sqrt{5} = 11,18 \text{ ohmios}$$

$$b = \frac{11,18}{10} = 1,118 \text{ ohmios}$$

Quinto caso: $m = \frac{1}{100}$

$$a = \frac{10 c}{\sqrt{2}} = 7,07 c \quad (\text{fórmula IX})$$

$$b = \frac{1}{100} a$$

$$c = \frac{x}{100} = 0,5 \text{ ohmios}$$

$$a = \frac{0,5 \cdot 10}{\sqrt{2}} = 3,53 \text{ ohmios}$$

$$b = \frac{0,5 \cdot 10}{100 \sqrt{2}} = 0,0353 \text{ ohmios}$$

En la práctica no suele ser posible utilizar en la medida las cinco relaciones porque c tiene límite superior e inferior que no es posible traspasar y, en general, de no mediar razones de sensibilidad, se utiliza aquella relación que permite determinar x con el mayor número

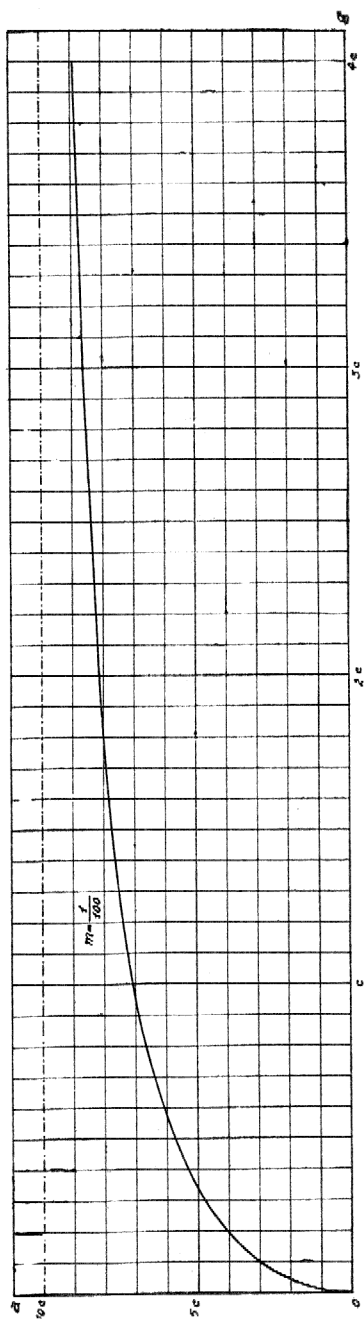


Fig. 63

posible de cifras exactas. Supongamos, por ejemplo, que x valga alrededor de 50 ohmios y que la menor porción indivisible de c es 1 ohmio. Si hacemos $m = 100$ no podemos medir x . Para $m = 10$ sólo determinaríamos la cifra de las decenas; para $m = 1$, decenas y unidades, etc. Luego nos conviene utilizar la relación $\frac{1}{100}$. Por el contrario si x es grande nos veremos forzados a elegir valores grandes de m .

Pero suponiendo que se pudieran utilizar las cinco proporciones, no todas ellas serían igualmente adecuadas para la sensibilidad y una ofrecerá la sensibilidad máxima. Para elegirla basta sustituir los valores hallados, en el denominador de (III) y ver cuál da menor valor. El correspondiente valor de m será el más conveniente. El denominador citado es

$$D = ac + \frac{c^2}{m} + gam + 2gc + \frac{gc^2}{am} + acm + c^2$$

Pero es fácil demostrar que el mínimun de D se obtendrá para el menor valor de m . En efecto, al hacer m 10 veces mayor, por ejemplo, se hace también 10 veces mayor c ; g permanece invariable; a experimenta una disminución comprendida entre $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{\sqrt{1000}}$ de su valor como puede comprobarse recordando su fórmula (IV).

Resulta, pues, que sólo los términos ac y gam disminuyen en una proporción que puede llegar como máximun a $\frac{10}{\sqrt{1000}}$ (o sea aproximadamente $\frac{1}{3}$) mientras que otros términos aumentan como 10 y como 100.

54. Determinación de los contactos a tierra.—Recordaremos por el Capítulo II que esta determinación se hace con arreglo al esquema de la figura 64.

Para mayor comodidad a y b suelen ser de ordinario las dos porciones de un sólo hilo calibrado cuyo contacto en dirección a la pila se varía a voluntad de posición. Puede utilizarse v. g., el hilo calibrado del puente doble. Cuando se establece el equilibrio, el punto de contacto divide al hilo calibrado en dos porciones tales que

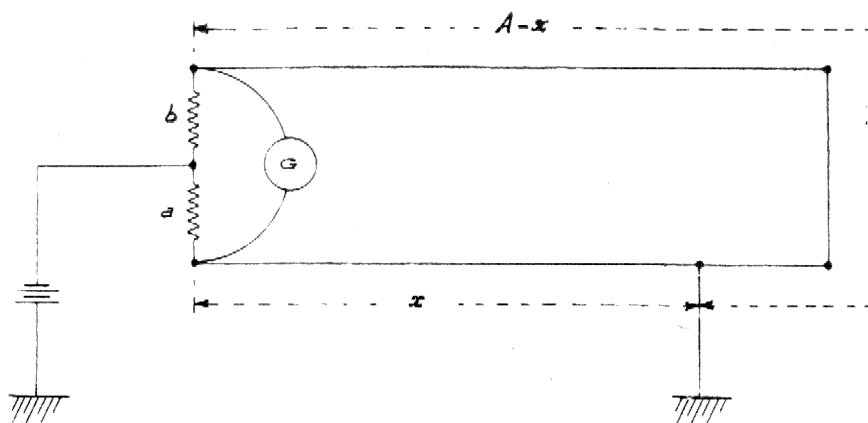


Fig. 64

$$\frac{a}{a+b} = \frac{x}{A}$$

Como el hilo es de calibre uniforme en vez de medir a y b en ohmios es igual medirlos por sus longitudes. Como se ve la operación resulta comodísima.

Pero la precisión no va a la par con la comodidad cuando (como ocurre en cables de alumbrado) las resistencias de x y $A-x$ son pequeñísimas, pues shuntan fuertísimamente el galvanómetro y resulta casi imposible mover su aguja. El remedio está en emplear galvanómetros de muy baja resistencia (v. g., el galvanómetro del pirimiliamperímetro; véase Capítulo IV) y voltajes muy fuertes pudiendo llegar a necesitarse 80 ó 100 pilas en serie si la resistencia del contacto a tierra es muy elevada ⁽¹⁾.

También aquí podemos determinar el valor más conveniente de la resistencia

$$C = a + b$$

del hilo calibrado.

Agreguemos al efecto b (téngase en cuenta que $b = am$) a los dos miembros de la ecuación (IV) y resulta

(1) Hemos visto aconsejado que en tales casos en que el galvanómetro resulte fuertemente shuntado se inviertan el galvanómetro y la pila, pues dicen que es preferible shuntar una pila que, en general tiene poca resistencia, que el galvanómetro que la tiene mayor. Esto es cierto en teoría, pero en la práctica es imposible shuntar las pilas (cuanto menos una batería de 80 ó 100) porque se deteriorarían inmediatamente.

Aparte de esto, en el presente caso se derivarían por el galvanómetro corrientes procedentes de tierra que hacen imposible toda medida.

$$C = c \sqrt{\frac{g}{cm + gm + cm^2}} + cm \sqrt{\frac{g}{cm + gm + cm^2}}$$

o bien

$$C = c(1 + m) \sqrt{\frac{g}{cm + gm + cm^2}}$$

pero en este caso (Fig. 65)

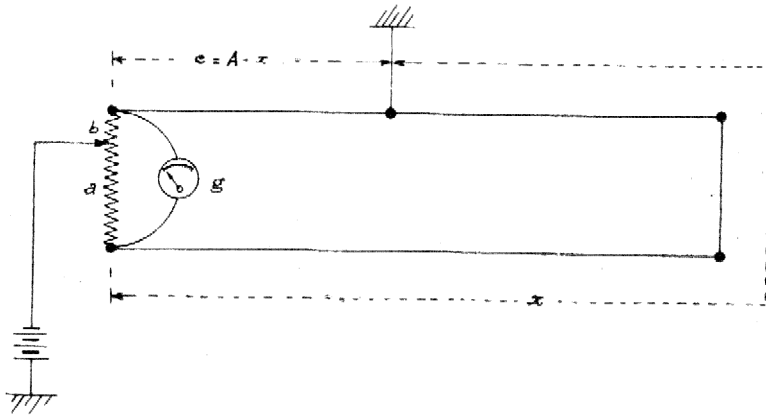


Fig. 65

$$c = A - x$$

siendo A la resistencia total del circuito, y además

$$\frac{x}{A - x} = \frac{a}{b} = \frac{1}{m}$$

$$c = mx = A \frac{m}{m + 1}$$

luego

$$C = Am \sqrt{\frac{g}{A \frac{m^2}{m + 1} + gm + A \frac{m^3}{m + 1}}}$$

o bien

$$C = A m \sqrt{\frac{g(m + 1)}{A(m^2 + m^3) + gm(m + 1)}} \quad (X)$$

Si cuidamos de hacer que x sea el trozo más largo (lo cual está en nuestra mano, ocurrirá que $m < 1$ y la fórmula (X) podrá reducirse si m es pequeño (despreciando los términos en m^2 y m^3) a

$$\left. \begin{array}{l} \text{siendo} \\ \text{o bien} \end{array} \right\} \begin{array}{l} C = A \sqrt{m(m+1)} \\ x > A - x \\ m < 1 \end{array} \quad (XI)$$

Pero ocurre que cualquiera que sea la disposición del circuito, siempre podemos considerarnos colocados en este caso, pues está en nuestra mano llamar a o b a cualquiera de los trozos del hilo calibrado (y bastaría llamar a al contiguo al trozo mayor que se designa por x).

A su vez, en la fórmula (XI), podemos despreciar el término m^2 puesto que suponemos m pequeño y entonces:

$$C = A \sqrt{m} \quad (XII)$$

Luego podemos formular la siguiente regla:

Para determinar la resistencia total C más conveniente del hilo calibrado, se ve aproximadamente con un hilo calibrado cualquiera cuál es la posición del contacto a pila que produce el equilibrio, y llamando m al cociente del trozo menor por el mayor y A a la resistencia total del circuito, el valor más conveniente es

$$C = A \sqrt{m}$$

si m es pequeño, aplicándose la fórmula (X) en caso de no serlo.

* * *

La determinación de los corto-circuitos, cuando las resistencias son muy pequeñas se hace también valiéndose del hilo calibrado (Fig. 66).

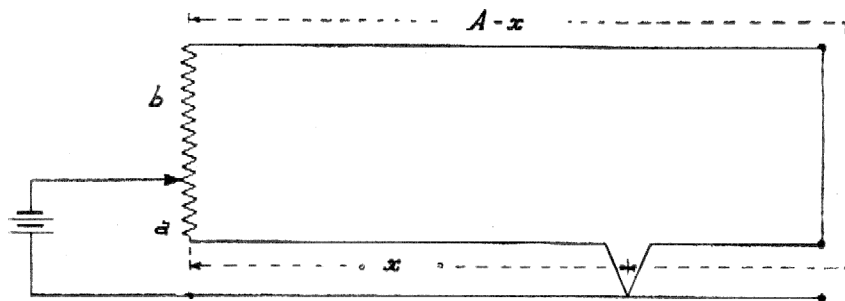


Fig. 66

y son en un todo aplicables a este caso las consideraciones y cálculos del caso anterior.

II

Adición al Capítulo III

Voltímetro-amperímetro Weston. Es un aparato de muy reducidas dimensiones $11 \times 11 \times 3,5$ cms. y tiene las escalas 0 — 3, 0 — 15 y 0 — 150 como voltímetro y 0 — 3, 0 — 15 y 0 — 30 como amperímetro.

Las resistencias entre bornes son 163,5, 818 y 8200 como voltímetro, a 19° y como amperímetro 0,0024, 0,00374 y 0,029 ohmios.

Científicamente clasificado, el aparato es un galvanómetro Deprez D'Arsonval y sólo sirve, por tanto, para corriente continua.

Cada división de la escala es $\frac{1}{30}$ del total.

TABLA I

Unidades teóricas y prácticas en el sistema C. G. S. electromagnético ⁽¹⁾

(1) El sistema electromagnético de unidades supone igual a 1 el coeficiente k de las atracciones magnéticas $f = k \frac{mm'}{r^2}$ y el k' de la acción electromagnética $df = \frac{k'im}{r^2} ds \sin(r, ds)$ entre un polo de masa m y una corriente i de longitud ds situados a la distancia r .

Unidades C. G. S. y unidades prácticas

MAGNITUDES	DIMENSIONES	UNIDADES C. G. S.		UNIDADES PRÁCTICAS		
		NOMBRE	SÍMBOLO	NOMBRE	SÍMBOLO	Relación a la unidad C. G. S. Unidad P. Unidad C. G. S.
Geométricas	L	centímetro	cm	{ metro	m	10^2
				{ micron	μ	10^{-4}
				{ milimicron	m μ	10^{-7}
Superficie	L ²	centímetro cua- drado	cm ²	{ metro cuadrado o cen- tiárea	m ²	10^4
				{ área	a	10^6
				{ hectárea	ha	10^8
Volumen	L ³	centímetro cúbico	cm ³	{ metro cúbico	m ³	10^6
				{ litro	l	10^3
				{ grado sexagesimal	— ^o	$\frac{2\pi}{360}$
Angulo plano	—	radiante	r	{ minuto sexagesimal	—'	$\frac{2\pi}{360.60}$
				{ segundo sexagesimal	—"	$\frac{2\pi}{360.60^2}$
				{ grado centesimal	gr	$\frac{2\pi}{400}$
				{ minuto centesimal	cgr	$\frac{2\pi}{400} 10^{-2}$

segundo centesimal	—	$\frac{2\pi}{400} 10^{-4}$
--------------------	---	----------------------------

Angulo sólido	—	radiante espacial	rS	segundo centesimal	—	$\frac{2\pi}{400} 10^{-4}$
Cinemáticas						
Tiempo	T	segundo	s	hora	—	3600
				minuto	—	60
				período	—	$\frac{2\pi}{n\omega}$
				semiperíodo	—	$\frac{\pi}{n\omega}$
Velocidad	L . T ⁻¹	centímetro por segundo	$\frac{\text{cm}}{\text{s}}$	cuarto de período	—	$\frac{\pi}{2n\omega}$
				kilómetro por hora	—	$\frac{10^5}{3600}$
				revolución por minuto	—	$\frac{2\pi}{60}$
Velocidad angular	T ⁻¹	radiante por segundo	$\frac{\text{r}}{\text{s}}$	período por segundo	—	$\frac{2\pi}{n}$
				metro por segundo por segundo	m/s ²	10 ²
Aceleración	L . T ⁻²	centímetro por segundo por segundo	$\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$			

(1) ω = velocidad angular; n = número de periodos en una revolución que consta de 2π radianes.(2) n = número de periodos en una revolución.

MAGNITUDES	DIMENSIONES	UNIDADES C. G. S.		UNIDADES PRÁCTICAS		
		NOMBRE	SÍMBOLO	NOMBRE	SÍMBOLO	Relación a la unidad C. G. S. Unidad P. Unidad C. G. S.
Mecánicas						
Masa	M	gramo	g	kilogramo	kg	10^3
Densidad	$M \cdot L^{-3}$	gramo por centímetro cúbico	$\frac{g}{cm^3}$	—	—	—
Momento de inercia	$M \cdot L^2$	gramo-centímetro cuadrado	$g \cdot cm^2$	kilogramo-metro cuadrado	kgm^2	10^7
Fuerza	$M \cdot L \cdot T^{-2}$	dina	$\frac{g \cdot cm}{s^2}$	kilogramo-peso	kgp	$981 \cdot 10^3$
Cantidad de movimiento	$M \cdot L \cdot T^{-1}$	gramo-centímetro por segundo	$\frac{g \cdot cm}{s}$	kilogramo-metro por segundo	$\frac{kgm}{s}$	10^5
Fuerza viva	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$	—	$g \left(\frac{cm}{s} \right)^2$	—	—	—
Impulsión	$M \cdot L \cdot T^{-1}$	dina-segundo	$\frac{g \cdot cm}{s^2} \cdot s$	kilogramo - peso - segundo	kgps	$981 \cdot 10^3$
Trabajo	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$	erg	$\frac{g \cdot cm}{s^2} \cdot cm$	kilogramo	kgm	$981 \cdot 10^5$
				julio	J	10^7
				caballo-hora	HP-h	$981 \cdot 10^5 \cdot 75 \cdot 3600$
				vatio-hora	v-h	$3600 \cdot 10^7$
Par	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$	dina-centímetro o erg por radiante	$\frac{g \cdot cm}{s^2} \cdot cm$	kilovatio-hora	kv-h	$3600 \cdot 10^{10}$
				—	—	—

Potencia	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$	erg por segundo	$\frac{g \cdot cm^2}{s^3}$	kilogramo por segundo	$\frac{kgm}{s}$	$981 \cdot 10^5$
				caballo de vapor	HP	$75 \cdot 081 \cdot 10^5$

Par	M, L^2, T^{-2}	$\frac{\text{erg}}{\text{seg}}$	$\frac{\text{g cm}^2}{\text{s}^3}$	Unidades	Unidades	Unidades
Potencia	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$	erg por segundo	$\frac{\text{g cm}^2}{\text{s}^3}$	kilogrametro por segundo caballo de vapor vatio kilovatio	HP V kv	$981 \cdot 10^4$ $75.981 \cdot 10^5$ 10^7 10^{10}
Presión	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$	dina por centímetro cuadrado	$\frac{\text{g cm}}{\text{s}^2 \text{ cm}^2}$	kilogramo por centímetro cuadrado atmósfera metros de agua milímetros de agua centímetro de mercurio milímetro de mercurio	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ — — — — —	$981 \cdot 10^3$ $1,033.981 \cdot 10^3$ $981 \cdot 10^2$ $981 \cdot 10^{-1}$ $1,033.981 \cdot 10^3$ 76 $1,033.981 \cdot 10^2$ 76
Magnéticas						
Masa magnética	$L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	—	m	—	—	—
Potencial magnético	$L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	—	$\mathcal{V} = \Sigma \frac{m}{r}$	—	—	—
Intensidad de campo	$L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	Gaus	$\mathcal{H} = - \frac{dV}{dl}$	—	—	—
Momento magnético	$L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	—	$\mathcal{M} = l \Sigma m$	—	—	—
Intensidad de imantación	$L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	—	$\mathcal{I} = \frac{m}{v}$	—	—	—
Densidad superficial	$L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	—	$\sigma = \frac{m}{s}$	—	—	—

MAGNITUDES	DIMENSIONES	UNIDADES C. G. S.		UNIDADES PRÁCTICAS		
		NOMBRE	SÍMBOLO	NOMBRE	SÍMBOLO	Relación a la unidad C. G. S. Unidad P. Unidad C. G. S.
Potencia de una ho- juela	$L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	—	$\mathcal{P} = \sigma \varepsilon$	—	—	—
Flujo de fuerza mag- nético	$L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	Maxwell	$\Phi = m \omega$	—	—	—
Coefficiente de induc- ción mutua de dos hojuelas	L	—	$\frac{\Phi}{\mathcal{P}}$	—	—	—
Susceptibilidad	—	—	$x = \frac{\mathcal{Q}}{\mathcal{H}}$	—	—	—
Permeabilidad	—	—	$\mu = 1 + 4\pi x$	—	—	—
Inducción magnética	$L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	—	$\mathcal{B} = \mu \mathcal{H}$	—	—	—
Reluctancia	L^{-1}	Oerstedt	$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S}$	—	—	—
Eléctricas						
Intensidad de co- rriente	$L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	—	$i = \frac{fr^2}{m \cdot ds \cdot \text{sen } \alpha}$	amperio	—	10^{-1}
Cantidad de electri- cidad	$L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}}$	—	$q = i \cdot t$	culombio amperio-hora	—	10^{-1} 360
Resistencia, impedan- cia, capacitancia y reactancia	$L \cdot T^{-1}$	—	$r = \frac{P}{i^2}$	ohmio	—	10^9
Conductancia	$L^{-1} \cdot T$	—	$\frac{1}{r}$	mho	—	10^{-9}
Diferencia de poten- cial y f. e. m.	$L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2}$	—	$v = ri$	voltio	—	10^8

Resistencia, impedancia, capacitancia y reactancia	L, T^{-1}	$r = \frac{P}{I^2}$	ohmio	10^9
Conductancia	L^{-1}, T	$\frac{1}{r}$	mho	10^{-9}
Diferencia de potencial y f. e. m.	$L^{\frac{3}{2}}, M^{\frac{1}{2}}, T^{-2}$	$v = ri$	voltio	10^8
Resistividad	L^2, T^{-1}	$\rho = \frac{rS}{l}$	ohmio-centimetro	10^9
Conductibilidad	L^{-2}, T	$\gamma = \frac{1}{\rho}$	—	10^{-9}
Capacidad	L^{-1}, T^2	$c = \frac{q}{v}$	faradio	10^{-9}
Electromagnéticas				
Coefficientes de inducción	L	$L = \frac{r}{\omega}$	henrio	10^9
Fuerza magneto-motriz	$L^{\frac{1}{2}}, M^{\frac{1}{2}}, T^{-1}$	$\mathcal{F} = 4\pi ni$	amperio-vuelta	$\frac{4\pi}{10}$
Fuerza magnetizante	$L^{-\frac{1}{2}}, M^{\frac{1}{2}}, T^{-1}$	$\mathcal{H} = \frac{4\pi ni}{l}$	—	—

NOTA.—Las unidades prácticas indicadas en letra cursiva forman un sistema y así se tiene:

$$1 \text{ amperio} \times 1 \text{ ohmio} = 10^{-1} \times 10^9 \text{ C. G. S.} = 10^8 \text{ C. G. S.} = 1 \text{ voltio.}$$

$$1 \text{ faradio} \times 1 \text{ voltio} = 10^{-9} \times 10^8 \text{ C. G. S.} = 10^{-1} \text{ C. G. S.} = 1 \text{ culombio.}$$

$$1 \text{ ohmio} \times (1 \text{ amperio})^2 = 10^9 \times 10^{-2} \text{ C. G. S.} = 10^7 \text{ C. G. S.} = 1 \text{ vatio.}$$

$$1 \text{ henrio} \times \frac{1 \text{ radiante}}{1 \text{ segundo}} = 10^9 \times 1 \text{ C. G. S.} = 10^9 \text{ C. G. S.} = 1 \text{ ohmio.}$$

Este sistema práctico tiene como unidades fundamentales:

$$\text{Longitud} = 10^9 \text{ cms}$$

$$\text{Masa} = 10^{-11} \text{ grs}$$

$$\text{Tiempo} = 1 \text{ segundo}$$

Por ser igual la unidad de tiempo vemos que el henrio puede enlazar con el ohmio y demás unidades prácticas, pues la velocidad angular tiene como dimensión T^{-1} .

TABLA II

Densidades, resistividades y factores de temperatura

Densidades, resistividades y factores de temperatura

La variación de la resistividad en función de la temperatura es con arreglo a la fórmula

$$\rho = \rho_0 (1 + at + bt^2)$$

siendo ρ_0 la resistividad a cero grados centígrados, a y b coeficientes variables para cada material y t la temperatura en grados centígrados. En la práctica se prescinde de b que es muy pequeño y se tiene:

$$\rho = \rho_0 (1 + at)$$

Como en un conductor dado, las resistencias son proporcionales a las resistividades, esta misma fórmula puede servir para calcular la resistencia a t° si se conoce la resistencia a 0° .

SUSTANCIA	DENSIDAD	RESISTIVIDAD A 0° EN MICROOHMIOS-CM	RESISTENCIA A 0° EN OHMIOS DE 1 KM DE HILO DE 1 mm DE DIÁMETRO	FACTOR DE TEMPERATURA HACIA LOS 20°
Cobre	8,90 a 9,05	1,538 a 1,619	19,58 a 20,62	0,00388 a 0,00445
Hierro	7,8	9,065 a 13,906	115,4 a 177,0	0,00414 a 0,00625
Acero	7,8	10 a 20	127,32 a 254,64	alrededor de 0,004
Bronces fosforosos de 44,9 a 82 Kgs de carga de ruptura por mm ²				
Bronces siliciosos de 45 a 75 Kgs	alrededor de 7,8	1,6 a 5,6	20,37 a 71,3	0,00394
Plata	alrededor de 7,8	1,65 a 3,84	21 a 48,98	0,0039 a 0,0023
Oro	10,40 a 10,57	1,460 a 1,585	18,59 a 20,19	0,00377
Aluminio recocido	19,26 a 19,34	2,088 a 2,125	26,59 a 27,06	0,00365
Zinc comprimido	2,77	2,906	36,99	0,0039
Platino recocido	7,19	5,613	71,46	0,00365
Níquel	21,5	9,035	115	0,0036
Estaño comprimido	8,30 a 8,96	11,935	151,51	0,00618
Plomo	7,30	13,18	167,80	0,00365
Antimonio	11,35	19,14	243,70	0,00387
Bismuto	6,71	35,42	451	0,00389
Mercurio	9,70 a 9,90	130,90	1667	0,00357
Maillechort	13,596	94,07	1198	0,00072
	8,30 a 8,45	20,89 ⁽¹⁾	266	0,00044

(1) Hay otras composiciones de maillechort con resistividad próxima a 30.

SUSTANCIA	DENSIDAD	RESISTIVIDAD A 0° EN MICROHMIOS-CM	RESISTENCIA A 0° EN OHMIOS DE 1 km DE HILO DE 1 mm DE DIÁMETRO	FACTOR DE TEMPERATURA HACIA LOS 20°
Bronce de aluminio al 10 por 100	7,7	12,31	156,8	0,00105
Platinoide	8,78	33	421,7	0,00024
Reostatina de hierro y níquel	8,1	86	1122	0,0007
Reostatina de cobre y níquel	8,5	48	609,6	0,000011

TABLA III

Volúmenes y resistencias kilométricas de los alambres ⁽¹⁾

(1) Los formularios no presentan tablas de resistencias kilométricas más que para un solo valor de la resistividad v. gr.: 1,6. Pero las resistividades de los hierros y bronce comerciales, especialmente cuando se busca aumento de resistencia mecánica, son sumamente variables, aparte de que también varían con la temperatura, por lo que dichas tablas ofrecen poca utilidad. Para obviar este inconveniente presentamos aquí tablas para una extensa gama de resistividades. El lector elegirá en cada caso la que conviene al material empleado y temperatura observada.

Volúmenes y resistencias kilométricas y OHMIOS

Diámetro en mm.	Sección en mm² y volumen kilométrico en dm³	RESISTENCIA KILOMÉTRICA EN OHMIOS							
		1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2
0.1	0.0079	1898.7	2025.3	2151.9	2278.5	2405.1	2531.6	2658.2	2784.8
0.2	0.0314	477.71	509.55	541.40	573.25	605.10	636.95	668.79	700.64
0.3	0.0707	212.16	226.30	240.45	254.59	268.74	282.88	297.02	311.17
0.4	0.1257	119.33	127.28	135.24	143.19	151.15	159.11	167.06	175.02
0.5	0.1963	76.413	81.507	86.602	91.696	96.790	101.885	106.979	112.073
0.6	0.2827	53.059	56.597	60.134	63.671	67.209	70.746	74.283	77.820
0.7	0.3848	38.981	41.580	44.178	46.777	49.376	51.974	54.573	57.172
0.8	0.5027	29.838	31.828	33.817	35.806	37.796	39.785	41.774	43.763
0.9	0.6362	23.577	25.149	26.721	28.292	29.864	31.436	33.008	34.580
1	0.7854	19.098	20.371	21.645	22.918	24.191	25.465	26.738	28.011
1.1	0.9503	15.784	16.836	17.889	18.941	19.993	21.046	22.098	23.150
1.2	1.1310	13.262	14.146	15.030	15.914	16.799	17.683	18.567	19.451
1.3	1.3273	11.301	12.054	12.807	13.561	14.314	15.068	15.821	16.574
1.4	1.5394	9.744	10.393	11.043	11.692	12.342	12.992	13.641	14.291
1.5	1.7671	8.4884	9.0543	9.6202	10.186	10.752	11.317	11.883	12.449
1.6	2.0106	7.4604	7.9578	8.4551	8.9525	9.4499	9.9472	10.444	10.941
1.7	2.2698	6.6085	7.0490	7.4896	7.9302	8.3707	8.8113	9.2519	9.6925
1.8	2.5447	5.8946	6.2875	6.6805	7.0735	7.4665	7.8595	8.2525	8.6454
1.9	2.8353	5.2904	5.6431	5.9958	6.3485	6.7012	7.0539	7.4066	7.7593
2	3.1416	4.7746	5.0929	5.4112	5.7295	6.0478	6.3661	6.6844	7.0028
2.1	3.4636	4.3307	4.6194	4.9081	5.1969	5.4856	5.7743	6.0630	6.3517
2.2	3.8013	3.9460	4.2090	4.4721	4.7352	4.9982	5.2613	5.5244	5.7875
2.3	4.1548	3.6102	3.8509	4.0916	4.3323	4.5730	4.8137	5.0544	5.2950
2.4	4.5239	3.3157	3.5367	3.7578	3.9788	4.1999	4.4209	4.6420	4.8630
2.5	4.9087	3.0558	3.2595	3.4632	3.6669	3.8706	4.0743	4.2780	4.4818
2.6	5.3093	2.8252	3.0135	3.2019	3.3902	3.5786	3.7669	3.9553	4.1436
2.7	5.7256	2.6198	2.7944	2.9691	3.1437	3.3184	3.4930	3.6677	3.8423
2.8	6.1575	2.4360	2.5984	2.7608	2.9232	3.0856	3.2480	3.4104	3.5728
2.9	6.6052	2.2709	2.4223	2.5737	2.7251	2.8765	3.0279	3.1793	3.3307
3	7.0686	2.1220	2.2635	2.4050	2.5464	2.6879	2.8294	2.9708	3.1123
3.1	7.5477	1.9873	2.1198	2.2523	2.3848	2.5173	2.6498	2.7823	2.9147
3.2	8.0425	1.8650	1.9894	2.1137	2.2381	2.3624	2.4867	2.6111	2.7354
3.3	8.5530	1.7537	1.8706	1.9876	2.1045	2.2214	2.3383	2.4552	2.5722
3.4	9.0792	1.6521	1.7622	1.8724	1.9825	2.0926	2.2028	2.3129	2.4231
3.5	9.6211	1.5590	1.6630	1.7669	1.8708	1.9748	2.0787	2.1827	2.2866

ométricas de los alambres

OHMIOS PARA LAS RESISTIVIDADES

2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	Dí- metro en mm.
2784.8	2911.4	3038.0	3164.6	3291.2	3417.7	3544.3	3670.9	0.1
700.64	732.48	764.33	796.18	828.02	859.87	891.72	923.57	0.2
311.17	325.31	339.46	353.60	367.74	381.89	396.03	410.18	0.3
175.02	182.97	190.93	198.88	206.84	214.79	222.75	230.71	0.4
112.073	117.167	122.262	127.356	132.450	137.544	142.638	147.733	0.5
77.820	81.358	84.895	88.433	91.970	95.507	99.044	102.582	0.6
57.172	59.771	62.370	64.968	67.567	70.166	72.764	75.363	0.7
43.763	45.753	47.742	49.731	51.720	53.710	55.699	57.688	0.8
34.580	36.151	37.723	39.295	40.867	42.439	44.011	45.583	0.9
28.011	29.284	30.557	31.831	33.104	34.377	35.650	36.924	1
23.150	24.202	25.255	26.307	27.359	28.412	29.464	30.516	1.1
19.451	20.335	21.220	22.104	22.988	23.872	24.756	25.641	1.2
16.574	17.328	18.081	18.835	19.588	20.342	21.095	21.848	1.3
14.291	14.940	15.590	16.240	16.889	17.539	18.188	18.838	1.4
12.449	13.015	13.581	14.147	14.713	15.279	15.845	16.411	1.5
10.941	11.439	11.936	12.434	12.931	13.428	13.926	14.423	1.6
9.6925	10.133	10.573	11.014	11.454	11.895	12.335	12.776	1.7
8.6454	9.0384	9.4314	9.8244	10.217	10.610	11.003	11.396	1.8
7.7593	8.1120	8.4647	8.8174	9.1701	9.5228	9.8755	10.228	1.9
7.0028	7.3211	7.6394	7.9577	8.2760	8.5943	8.9126	9.2309	2
6.3517	6.6405	6.9292	7.2179	7.5066	7.7953	8.0840	8.3727	2.1
5.7875	6.0505	6.3136	6.5767	6.8397	7.1028	7.3659	7.6289	2.2
5.2950	5.5357	5.7764	6.0171	6.2577	6.4984	6.7391	6.9798	2.3
4.8630	5.0841	5.3051	5.5262	5.7472	5.9683	6.1893	6.4104	2.4
4.4818	4.6855	4.8892	5.0929	5.2967	5.5004	5.7041	5.9078	2.5
4.1436	4.3320	4.5203	4.7087	4.8970	5.0854	5.2737	5.4621	2.6
3.8423	4.0170	4.1916	4.3663	4.5409	4.7156	4.8902	5.0649	2.7
3.5728	3.7352	3.8976	4.0600	4.2224	4.3848	4.5472	4.7096	2.8
3.3307	3.4821	3.6335	3.7849	3.9363	4.0877	4.2391	4.3905	2.9
3.1123	3.2538	3.3952	3.5367	3.6782	3.8197	3.9611	4.1026	3
2.9147	3.0472	3.1797	3.3122	3.4447	3.5772	3.7097	3.8422	3.1
2.7354	2.8598	2.9841	3.1084	3.2328	3.3571	3.4815	3.6058	3.2
2.5722	2.6891	2.8060	2.9229	3.0398	3.1568	3.2737	3.3906	3.3
2.4231	2.5332	2.6433	2.7535	2.8636	2.9738	3.0839	3.1940	3.4
2.2866	2.3905	2.4945	2.5984	2.7024	2.8063	2.9102	3.0142	3.5

Volúmenes y resistencias kilométricas

Diámetro en mm.	Sección en mm ² y volumen kilométrico en dm ³	RESISTENCIA KILOMÉTRICA EN OHMIOS							3.7
		3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	
0.1	0.0079	3797.5	3924.1	4050.6	4177.2	4303.8	4430.4	4557.0	4683.5
0.2	0.0314	955.41	987.26	1019.11	1050.96	1082.81	1114.65	1146.49	1178.33
0.3	0.0707	424.32	438.47	452.61	466.76	480.90	495.04	509.19	523.33
0.4	0.1257	238.66	246.61	254.56	262.52	270.48	278.43	286.38	294.34
0.5	0.1963	152.826	157.920	163.014	168.109	173.204	178.298	183.392	188.486
0.6	0.2827	106.119	109.656	113.194	116.731	120.268	123.805	127.342	130.880
0.7	0.3848	77.962	80.561	83.160	85.758	88.356	90.955	93.554	96.153
0.8	0.5027	59.677	61.667	63.656	65.645	67.635	69.624	71.613	73.602
0.9	0.6362	47.154	48.726	50.298	51.870	53.442	55.013	56.584	58.156
1	0.7854	38.197	39.470	40.742	42.016	43.290	44.563	45.836	47.109
1.1	0.9503	31.569	32.620	33.672	34.725	35.778	36.830	37.882	38.934
1.2	1.1310	26.525	27.409	28.293	29.177	30.062	30.946	31.830	32.714
1.3	1.3273	22.602	23.355	24.108	24.861	25.614	26.368	27.122	27.875
1.4	1.5394	19.488	20.137	20.786	21.436	22.086	22.735	23.384	24.034
1.5	1.7671	16.977	17.542	18.108	18.674	19.240	19.806	20.372	20.938
1.6	2.0106	14.920	15.418	15.915	16.412	16.910	17.407	17.905	18.402
1.7	2.2698	13.217	13.657	14.098	14.538	14.979	15.419	15.860	16.300
1.8	2.5447	11.789	12.182	12.575	12.968	13.361	13.754	14.147	14.540
1.9	2.8353	10.580	10.933	11.286	11.639	11.991	12.344	12.697	13.049
2	3.1416	9.5492	9.8675	10.185	10.504	10.822	11.140	11.459	11.777
2.1	3.4636	8.6615	8.9502	9.2389	9.5275	9.8162	10.1050	10.393	10.682
2.2	3.8013	7.8920	8.1550	8.4180	8.6811	8.9442	9.2073	9.4704	9.7334
2.3	4.1548	7.2205	7.4611	7.7018	7.9425	8.1832	8.4239	8.6646	8.9053
2.4	4.5239	6.6314	6.8524	7.0734	7.2945	7.5156	7.7366	7.9577	8.1787
2.5	4.9087	6.1116	6.3153	6.5190	6.7227	6.9264	7.1301	7.3338	7.5375
2.6	5.3093	5.6504	5.8387	6.0270	6.2154	6.4038	6.5921	6.7804	6.9688
2.7	5.7256	5.2396	5.4142	5.5888	5.7635	5.9382	6.1128	6.2874	6.4621
2.8	6.1575	4.8720	5.0344	5.1968	5.3592	5.5216	5.6840	5.8464	6.0088
2.9	6.6052	4.5418	4.6932	4.8446	4.9960	5.1474	5.2988	5.4502	5.6016
3	7.0686	4.2441	4.3855	4.5270	4.6685	4.8100	4.9514	5.0928	5.2343
3.1	7.5477	3.9747	4.1071	4.2396	4.3721	4.5046	4.6371	4.7696	4.9021
3.2	8.0425	3.7301	3.8544	3.9788	4.1031	4.2274	4.3518	4.4762	4.6005
3.3	8.5530	3.5075	3.6213	3.7412	3.8582	3.9752	4.0921	4.2090	4.3259
3.4	9.0792	3.3042	3.4143	3.5244	3.6346	3.7448	3.8549	3.9650	4.0751
3.5	9.6211	3.1181	3.2220	3.3260	3.4299	3.5338	3.6378	3.7416	3.8456

ométricas de los alambres

OHMIOS PARA LAS RESISTIVIDADES

3.7	3.8	3.9	4	12.5	12.6	12.7	12.8	Diá- metro en mm.
4683.5	4810.1	4936.7	5063.3	15822.8	15949.4	16076.0	16202.6	0.1
1178.33	1210.20	1204.02	1273.89	3980.90	4012.74	4044.59	4076.44	0.2
523.33	537.48	551.62	565.77	1768.03	1782.18	1796.32	1810.47	0.3
294.34	302.30	310.26	318.22	994.43	1002.38	1010.34	1018.30	0.4
188.486	193.580	198.675	203.770	636.78	641.87	646.96	652.06	0.5
130.880	134.418	137.955	141.492	442.16	445.70	449.23	452.77	0.6
96.153	98.752	101.350	103.948	324.84	327.44	330.04	332.64	0.7
73.602	75.591	77.581	79.570	248.65	250.64	252.63	254.62	0.8
58.156	59.728	61.300	62.872	196.47	198.04	199.62	201.19	0.9
47.109	48.382	49.656	50.930	159.15	160.42	161.69	162.96	1
38.934	39.986	41.039	42.092	131.53	132.58	133.63	134.68	1.1
32.714	33.598	34.482	35.367	110.52	111.40	112.28	113.17	1.2
27.875	28.628	29.382	30.136	94.175	94.928	95.681	96.434	1.3
24.034	24.684	25.334	25.984	81.200	81.850	81.499	83.149	1.4
20.938	21.504	22.069	22.634	70.737	71.303	71.867	72.433	1.5
18.402	18.899	19.397	19.894	62.170	62.667	63.164	63.661	1.6
16.300	16.740	17.182	17.622	55.070	55.511	55.952	56.392	1.7
14.540	14.933	15.326	15.719	49.122	49.514	49.907	50.300	1.8
13.049	13.402	13.755	14.107	44.087	44.439	44.792	45.144	1.9
11.777	12.095	12.414	12.732	39.788	40.107	40.424	40.743	2
10.682	10.971	11.259	11.548	36.089	36.378	36.666	36.955	2.1
9.7334	9.9964	10.259	10.522	32.883	33.146	33.409	33.672	2.2
8.9053	9.1460	9.3867	9.6274	30.085	30.326	30.566	30.807	2.3
8.1787	8.3998	8.6208	8.8418	27.631	27.852	28.073	28.294	2.4
7.5375	7.7412	7.9449	8.1486	25.464	25.668	25.872	26.076	2.5
6.9688	7.1572	7.3455	7.5338	23.543	23.731	23.920	24.108	2.6
6.4621	6.6368	6.8114	6.9860	21.831	22.006	22.180	22.355	2.7
6.0088	6.1712	6.3336	6.4960	20.300	20.462	20.624	20.787	2.8
5.6016	5.7530	5.9044	6.0558	18.924	19.075	19.227	19.378	2.9
5.2343	5.3758	5.5173	5.6588	17.683	17.824	17.966	18.108	3
4.9021	5.0346	5.1671	5.2996	16.561	16.693	16.826	16.958	3.1
4.6005	4.7248	4.8491	4.9734	15.542	15.666	15.790	15.915	3.2
4.3259	4.4428	4.5597	4.6766	14.614	14.731	14.848	14.965	3.3
4.0751	4.1852	4.2954	4.4056	13.767	13.877	13.987	14.097	3.4
3.8456	3.9496	4.0535	4.1574	12.992	13.096	13.200	13.304	3.5

Volumenes y resistencias kilométricas

Diámetro en mm.	Sección en mm. ² y volumen kilométrico en dm. ³	RESISTENCIA KILOMÉTRICA EN OHMIOS PA						13.5
		12.9	13	13.1	13.2	13.3	13.4	
0.1	0.0079	16329.2	16455.8	16582.4	16709.0	16835.5	16962.0	17088.5
0.2	0.0314	4108.29	4140.14	4171.99	4203.84	4235.69	4267.54	4299.39
0.3	0.0707	1824.61	1838.75	1852.90	1867.04	1881.18	1895.33	1909.47
0.4	0.1257	1026.26	1034.22	1042.16	1050.11	1058.07	1066.02	1073.98
0.5	0.1963	657.15	662.25	667.34	672.43	677.53	682.62	687.72
0.6	0.2827	456.31	459.85	463.38	466.92	470.46	474.00	477.53
0.7	0.3848	335.24	337.83	340.43	343.03	345.63	348.23	350.83
0.8	0.5027	256.61	258.60	260.59	262.58	264.57	266.56	268.55
0.9	0.6362	202.76	204.33	205.91	207.48	209.05	210.62	212.19
1	0.7854	164.24	165.52	166.79	168.06	169.33	170.60	171.88
1.1	0.9503	135.74	136.79	137.84	138.90	139.95	141.01	142.06
1.2	1.1310	114.05	114.94	115.82	116.70	117.59	118.47	119.36
1.3	1.3273	97.187	97.940	98.693	99.446	100.19	100.95	101.71
1.4	1.5394	83.798	84.448	85.098	85.747	86.397	87.046	87.696
1.5	1.7671	72.998	73.565	74.129	74.696	75.262	75.828	76.396
1.6	2.0106	64.158	64.655	65.152	65.648	66.146	66.645	67.144
1.7	2.2698	56.833	57.273	57.714	58.154	58.595	59.035	59.475
1.8	2.5447	50.692	51.085	51.478	51.872	52.264	52.656	53.050
1.9	2.8353	45.497	45.850	46.203	46.556	46.908	47.261	47.614
2	3.1416	41.061	41.380	41.697	42.016	42.334	42.652	42.971
2.1	3.4636	37.244	37.533	37.821	38.110	38.399	38.687	38.976
2.2	3.8013	33.935	34.198	34.461	34.724	34.987	35.250	35.513
2.3	4.1548	31.048	31.289	31.529	31.770	32.011	32.251	32.492
2.4	4.5239	28.515	28.736	28.957	29.178	29.399	29.620	29.841
2.5	4.9087	26.279	26.483	26.687	26.890	27.094	27.298	27.502
2.6	5.3093	24.296	24.485	24.673	24.861	25.049	25.238	25.427
2.7	5.7256	22.529	22.704	22.879	23.054	23.228	23.402	23.578
2.8	6.1575	20.949	21.112	21.274	21.436	21.599	21.761	21.924
2.9	6.6052	19.530	19.681	19.832	19.984	20.135	20.287	20.438
3	7.0686	18.249	18.391	18.532	18.674	18.815	18.957	19.098
3.1	7.5477	17.091	17.223	17.356	17.488	17.621	17.753	17.886
3.2	8.0425	16.039	16.164	16.288	16.412	16.537	16.661	16.785
3.3	8.5530	15.082	15.199	15.315	15.432	15.549	15.666	15.784
3.4	9.0792	14.207	14.318	14.429	14.539	14.649	14.759	14.869
3.5	9.6211	13.408	13.512	13.616	13.719	13.823	13.927	14.031

ométricas de los alambres

OHMIOS PARA LAS RESISTIVIDADES						Diámetro en mm.
13.5	13.6	13.7	13.8	13.9	14	
17088.5	17215.2	17341.8	17468.4	17595.0	17721.5	0.1
4299.39	4331.24	4363.09	4394.94	4426.79	4458.64	0.2
1909.47	1923.61	1937.77	1951.90	1966.06	1980.19	0.3
1073.98	1081.94	1089.90	1097.85	1105.81	1113.77	0.4
687.72	692.81	697.90	703.00	708.09	713.19	0.5
477.53	481.07	484.61	488.14	491.68	495.22	0.6
350.83	353.43	356.02	358.62	361.22	363.82	0.7
268.55	270.54	272.53	274.51	276.50	278.49	0.8
212.19	213.76	215.33	216.90	218.47	220.05	0.9
171.88	173.16	174.43	175.70	176.97	178.25	1
142.06	143.11	144.16	145.21	146.27	147.32	1.1
119.36	120.24	121.12	122.01	122.89	123.78	1.2
101.71	102.46	103.21	103.96	104.71	105.47	1.3
87.696	88.345	88.995	89.645	90.294	90.944	1.4
76.396	76.961	77.527	78.092	78.658	79.225	1.5
67.144	67.641	68.138	68.634	69.132	69.630	1.6
59.475	59.916	60.357	60.798	61.238	61.679	1.7
53.050	53.444	53.837	54.230	54.622	55.015	1.8
47.614	47.966	48.319	48.672	49.024	49.377	1.9
42.971	43.289	43.608	43.926	44.244	44.563	2
38.976	39.265	39.554	39.843	40.131	40.420	2.1
35.513	35.776	36.039	36.303	36.566	36.829	2.2
32.492	32.733	32.973	33.214	33.455	33.695	2.3
29.841	30.062	30.283	30.504	30.725	30.946	2.4
27.502	27.705	27.909	28.113	28.316	28.520	2.5
25.427	25.615	25.803	25.992	26.179	26.368	2.6
23.578	23.752	23.926	24.102	24.276	24.451	2.7
21.924	22.086	22.248	22.411	22.573	22.736	2.8
20.438	20.589	20.741	20.892	21.043	21.195	2.9
19.098	19.240	19.381	19.523	19.664	19.806	3.
17.886	18.018	18.151	18.283	18.416	18.548	3.1
16.785	16.909	17.034	17.158	17.283	17.407	3.2
15.784	15.900	16.017	16.134	16.251	16.368	3.3
14.869	14.979	15.089	15.199	15.309	15.419	3.4
14.031	14.135	14.239	14.343	14.447	14.551	3.5

Advertencia para el uso de las precedentes tablas

Si se desea hallar la resistencia kilométrica de un alambre cuya resistividad no se halle incluida en estas tablas, se puede proceder por suma, diferencia, producto o cociente.

Ejemplos:

1.º Hallar la resistencia kilométrica de un alambre de 2 mm. de diámetro cuya resistividad es 5,2. Esta cantidad es la suma de 3,2 y 2, luego la resistencia kilométrica será:

$$10,185 + 6,3661 = 16,5511 \text{ ohmios por km.}$$

2.º Hallar la resistencia kilométrica de un alambre de 1 mm. de diámetro cuya resistividad sea 1,4. Esta cantidad es la diferencia entre 3,4 y 2, luego la resistencia kilométrica será:

$$43,290 - 25,465 = 17,825 \text{ ohmios por km.}$$

3.º Hallar la resistencia kilométrica de un hilo de 2,5 mm. de diámetro, cuya resistividad sea 7. Esta cantidad es el doble de 3,5, luego la resistencia kilométrica será:

$$2 \times 7,1301 = 14,2602 \text{ ohmios por km.}$$

4.º Hallar la resistencia kilométrica de un alambre de 3,5 mm. de diámetro cuya resistividad sea 4,2. Esta cantidad es $\frac{1}{3}$ de 12,6, luego la resistencia kilométrica será:

$$\frac{1}{3} 13,096 = 4,365 \text{ ohmios por km.}$$

Puede procederse también por productos y cocientes cuando no se encuentra en las tablas el diámetro deseado.

Ejemplos:

1.º Hallar la resistencia kilométrica de un alambre de 7 mm. cuya resistividad es 1,6. El diámetro 7 es el doble de 3,5, luego su resistencia kilométrica será:

$$\frac{1}{2^2} 1,6630 = 0,4157 \text{ ohmios por km.}$$

2.º Hallar la resistencia kilométrica de un alambre cuya resistividad es 12,9 y su diámetro 1,75 mm. Este diámetro es la mitad de 3,5, luego la resistencia kilométrica será:

$$2^2 \times 13,408 = 53,632 \text{ ohmios por km.}$$

3.º Hallar la resistencia kilométrica de un hilo de 13,8 de resistividad y diámetro 0,04 mm. Este diámetro es la décima parte de 0,4, luego la resistencia será:

$$10^{10} \times 1097,85 = 109785 \text{ ohmios por km.}$$

PLIEGO DE CONDICIONES PARA SUMINISTRO DE ALAMBRES

**Pliego de condiciones para el suministro de.....kilogramos
de hilo de bronce.....de.....milímetro de diá-
metro.**

ARTÍCULO 1.º El hilo de bronce será de sección circular, presentando una superficie tersa e igual, sin grietas ni asperezas y de diámetro uniforme.

Deberá poder arrollarse sobre un cilindro de diámetro igual al suyo, tocándose una vueltas con otras, sin romperse.

La resistencia eléctrica calculada para la temperatura de cero grados centígrados no deberá ser superior a.....ohmios por kilómetro.

El hilo no deberá romperse para esfuerzos de tracción inferiores a.....kilogramos. El alargamiento bajo esta carga no debe pasar del.....

Deberá soportar sin romperse, las siguientes pruebas de flexión:

Un trozo de hilo se sujetará entre las mordazas de un tornillo que tenga.....milímetros de radio. La porción que sobresale se rebatirá hasta formar un ángulo recto con la porción que queda sujeta y con el plano de sujeción. Después se le hará describir.....veces ángulos de 180 grados sexagesimales en sentidos alternadamente opuestos y conservándose el hilo en todas sus posiciones normal al plano de sujeción.

El peso del hilo por metro lineal estará comprendido entre.....y.....gramos.

ART. 2.º El hilo se servirá en rollos de.....metros de diámetro interior, en cuyo embalaje no se emplearán metales ni cuerpos duros que puedan deformar o desgastar el hilo.

El peso de cada rollo oscilará entre.....y.....kgs.

Cada rollo será de un sólo cabo, no debiendo tener empalmes ni soldaduras.

Los extremos deberán estar plegados en tal forma que sea fácil encontrarlos. El devanado estará hecho en tal forma que el hilo no pueda enredarse al desarrollarlo.

ART. 3.º Las proposiciones se presentarán en la Dirección de la Red antes de las doce de la mañana del día.....Es conveniente unir una muestra a la propuesta.

ART. 4.º La Dirección hará la adjudicación o rechazará todas las propuestas en el término de.....días.

ART. 5.º El adjudicatario deberá entregar como fianza.....pesetas dentro de los.....días siguientes a la fecha de la adjudicación. Esta fianza le será devuelta cuando se reciba la totalidad del material objeto de este concurso.

ART. 6.º La entrega de los.....kilogramos de hilo de bronce de.....de milímetro se hará dentro de los.....si-

guientes a la fecha de la adjudicación. Esta entrega se entiende hecha en los almacenes de la Red.

ART. 7.º La Dirección se reserva un plazo de.....días para las pruebas del hilo recibido, contados éstos a partir del ingreso de la totalidad del pedido en el almacén de la Red. Si el material es de recibo se efectuará el pago dentro de los.....días siguientes. Si no fuere de recibo se retendrá el material hasta que el adjudicatario lo sustituya por otro que reúna todas las condiciones exigidas en el presente pliego.

ART. 8.º Por cada día de retraso hasta la entrega de la totalidad del material que reúna todas las condiciones exigidas abonará el adjudicatario una multa del.....importe del mismo.

ART. 9.º Serán de cuenta del adjudicatario toda clase de gastos de embalaje, transporte, seguro, impuestos, cambio, aduanas, agencias, etc.; el precio se fijará, pues, en pesetas por *kilogramo de bronce* puesto en el almacén de la Red de....., libre de todo gasto. En la cantidad de hilo de bronce a entregar habrá una tolerancia del.....en más o menos.

ART. 10.º El adjudicatario, dentro de los ocho días siguientes a aquel en que se le comunique haberle sido adjudicado el suministro, deberá formalizar con la Dirección de la Red el oportuno contrato privado en que se harán constar todas las obligaciones a que queda sujeto por virtud del presente pliego.

ART. 11.º Para toda cuestión litigiosa que se derive del presente concurso y subsiguiente contrato con el adjudicatario, serán únicos tribunales competentes los de.....

FE DE ERRATAS

Página	Línea	Dice	Debe decir
9	10	$nldiH \cos \alpha$	$nldiH \cos \alpha$
18	13	lo porción	la porción
27	19	ω	ω
71	24	i^2	i_2
